

Aalto-yliopisto  
Insinöörیتieteiden korkeakoulu  
Rakenne- ja rakennustuotantotekniikan koulutusohjelma  
Rakennetekniikka



Joonas Nykyri

## **OHUTUUMAISEN LAITEKANNATINPALKIN LUOTETTAVUUSPERUSTEINEN STABIILIUSANALYYSI**

Diplomityö, joka on jätetty opinnäytteenä tarkastettavaksi diplomi-insinöörin tutkintoa varten Espoossa 2.2.2015.

**Valvoja**      Professori Jari Puttonen  
**Ohjaaja**      DI Markus Derry



---

**Tekijä** Joonas Nykyri

---

**Työn nimi** Ohutuumaisen laitekannatinpalkin luotettavuusperusteinen stabiiliusanalyysi

---

**Koulutusohjelma** Rakenne- ja rakennustuotantotekniikka

---

**Pää-/sivuaine** Rakennetekniikka / Rakennusmateriaalit ja rakennusfysiikka**Professuurikoodi** RAK.thes

---

**Työn valvoja** Prof. Jari Puttonen

---

**Työn ohjaaja(t)** DI Markus Derry

---

**Päivämäärä** 2.2.2015**Sivumäärä** 93+41**Kieli** Suomi

---

### Tiivistelmä

Tiedon epävarmuus on tyypillistä teollisuusrakenteiden suunnitteluvaiheessa. Iteratiivisessa suunnitteluprosessissa epävarmuuden hallinta nousee tärkeään rooliin. Teollisuusrakennukset ovat usein rakenteille haastavia. Laitekannattimien rakenneratkaisuna käytetään yleisesti korkeita ohutuumpalkkeja, jotka soveltuvat tehtävään hyvin, mutta ovat alttiita epästabiiliusilmiöille kuten kiepahdukselle ja uuman lommahdukselle.

Kiepahdusta pyritään estämään tukemalla palkki sivusuunnassa. Jos tuilla on riittävä jäykkyys, kiepahdusta voidaan tarkastella itsenäisesti pistemäisten tukien välillä. Leikkauslommahduksen estämiseksi käytetään uumaa jäykistäviä levyjä. Levyt on sijoitettava tarpeeksi tiheästi, jotta puristettujen osien hoikkuus pysyy alhaisena. Ohuet puristetut levyt lommahtavat jäykistämättömillä alueilla ennen plastisoitumista. Eurokoodissa tämä huomioidaan jättämällä nämä alueet ilman jännityksiä kestävyuden laskennassa. Jäljelle jäävää osaa kutsutaan teholliseksi poikkileikkaukseksi, jonka kestävyteen mitoitus perustuu.

Rakenteiden luotettavuusteorian avulla voidaan suorittaa mitoitus käsittelemällä suunnitteluparametrejä satunnaismuuttujina. Muuttujille oletetaan jakaumat, joiden perusteella määritetään rasituksen ja kestävyuden jakaumat. Tämän jälkeen voidaan laskea rakenteen vaurioitumistodennäköisyys ja luotettavuusindeksi, jotka kuvaavat luotettavuutta. Näille mittareille on annettu suositusarvot eurokoodissa.

Tässä työssä suoritetaan ohutuumaisen laitekannatinpalkin rakenneanalyysi sekä eurokoodin että luotettavuusteorian mukaisesti keskittyen kiepahdukseen ja uuman leikkauslommahdukseen. Luotettavuuslaskennan perusmuuttujina käytetään teräksen materiaaliominaisuuksia, kiepahdustukien sijaintia ja jäykkyyttä sekä kuormien suuruutta. Lopuksi muuttujien parametrejä muutetaan yksitellen, jolloin nähdään rakenteen herkkyyden kyseiselle muutokselle.

Rakenteen eurokoodin mukainen käyttöaste oletusarvoilla on 0,76. Tällöin myös luotettavuusanalyysin tulokset ovat hyväksyttäviä. Kun käyttöaste nostetaan arvoon 1, luotettavuuden mittareiden arvot siirtyvät selvästi ohjerajojen ulkopuolelle. Tämän aiheuttaa kiepahdustukien alhainen jäykkyys. Jos tukien jäykkyys on turvattu, rakenne täyttää luotettavuusvaatimukset myös käyttöasteella 1. Cornell indeksi korreloi hyvin eurokoodin kanssa, mutta antaa liian suuria arvoja, jos varmuusmarginaalissa on poikkeamia normaalijakaumasta. Hasofer-Lind indeksi soveltuu tilanteeseen paremmin, mutta voi vaatia simulaatiolta suurta otoskokoa.

---

**Avainsanat** Teräsrakenteet, ohutuumpalkki, teollisuusrakennukset, laitekannatin, stabiilius, kiepahdus, lommahdus, luotettavuus, Cornell indeksi, Hasofer-Lind indeksi

---



---

**Author** Joonas Nykyri

---

**Title of thesis** Reliability Based Stability Analysis of a Thin-web Equipment Girder

---

**Degree programme** Structural Engineering and Building Technology

---

**Major/minor** Structural Engineering / Building Materials and Physics**Code of professorship** RAK.thes

---

**Thesis supervisor** Prof. Jari Puttonen

---

**Thesis advisor(s)** M.Sc. (Tech) Markus Derry

---

**Date** 02.02.2015**Number of pages** 93+41**Language** Finnish

---

### Abstract

Uncertainty of information is typical for design of industrial structures. Control of the uncertainty becomes essential in the iterative design process. Conditions are often challenging for the structures in industrial buildings. Large profile thin-web steel beams are commonly used as a structural solution for equipment girders, which suits well for the task, but are disposed to instability phenomena such as lateral-torsional buckling and web buckling.

Lateral restraints are used to prevent the lateral-torsional buckling. If the restraints obtain sufficient stiffness, lateral-torsional buckling can be independently observed between discrete restraints. Web stiffeners are used to prevent shear buckling of the web. The stiffeners must be placed close enough to keep slenderness of the compressed parts low. Thin compressed plates will buckle before yielding in unstiffened areas. In the Eurocode this is taken into account by neglecting the capacity of these areas in the definition of resistance. The design is based on the resistance of the remaining area which is called the effective cross-section.

According to the structural reliability theory the design can be performed by describing calculation parameters as random variables. Distributions of the variables are assumed and distributions of stress and resistance are derived from these assumptions. After this, the probability of failure and the reliability index of the structure can be calculated. Target values for these indicators are suggested in the Eurocode.

In this study a structural analysis of a thin-web equipment girder is performed according to both the Eurocode and the structural reliability theory with focus on lateral torsional buckling and shear buckling of the web. Material properties of steel, location and stiffness of the lateral restraints, and magnitude of loads are used as basic variables in the reliability calculations. Finally, parameters of the variables are adjusted one by one to inspect the sensibility of the structure.

With default values the utilization ratio according to the Eurocode is 0.76. In this case also the results of the reliability analysis are acceptable. When the utilization ratio is increased to 1, values of the reliability indicators change and target values are not satisfied. This is caused by low stiffness of the lateral restraints. If stiffness of the restraints is secured, the structure fulfills the reliability requirements also with a ratio of 1. The Cornell index correlates well with the Eurocode but may lead to non-conservative values, if the system does not obey the normal distribution. Hasofer-Lind index suits better for the situation, but may require large sample size in the simulation.

---

**Keywords** Steel structures, thin-web beam, industrial buildings, equipment girder, stability, lateral-torsional buckling, plate buckling, reliability, Cornell index, Hasofer-Lind index

---



## Esipuhe

Diplomityön tekeminen oli ehdottomasti yksi opintojeni kohokohdista. Työ antoi mahdollisuuden perehtyä syvällisesti mielenkiintoiseen aiheeseen, josta on merkittävää hyötyä käytännön työtehtävissäni teollisuusrakennusten suunnittelussa. Motivaatio ja innostus kasvoivat diplomityön edetessä, minkä vuoksi valmistuminen tuntuu hieman haikelta. Toivon mukaan pääsen vielä palaamaan aiheen pariin tulevaisuudessa.

Haluan kiittää Pöyry Finland Oy:stä Matti Ahosta diplomityöni mahdollistamisesta sekä Markus Derryä asiantuntemuksesta, panostuksesta ja kiinnostuksesta työtä kohtaan. Aalto-yliopistolla kiitokset kuuluvat professori Jari Puttoselle mielenkiintoisesta aiheesta luotettavuuslaskennan parissa.

Perhettäni haluan kiittää parhaasta mahdollisesta tuesta mitä opiskeleva nuori voi kaivata. Erityiskiitokset isälleni Pekka Nykyrille motivoinnista ja neuvoista koko opintojen ajalta, joita ilman urakka olisi ollut moninkertaisesti haastavampi.

Kiitoksen ansaitsevat myös ystävät kannustuksesta, koulukaverit vertaistuesta sekä työtoverit päivien tauottamisesta pingispelien merkeissä.

Espoossa 2. helmikuuta 2015

Joonas Nykyri





# Sisällysluettelo

Käytetyt symbolit ja lyhenteet .....	iii
<b>1 Johdanto .....</b>	<b>1</b>
<b>2 Teollisuusrakennusten laitekannatinpalkit .....</b>	<b>4</b>
2.1 Suunnittelun luonne .....	4
2.2 Tyypillinen kuormitus .....	7
2.3 Ohutuumapalkit .....	10
<b>3 Epästabiiliusilmiöt.....</b>	<b>13</b>
3.1 Kiepahdus .....	13
3.1.1 Kriittinen momentti.....	15
3.1.2 Sivusuunnassa pistemäisesti tuettu palkki.....	17
3.2 Uuman lommahdus.....	21
3.2.1 Ylikriittinen tila .....	23
3.2.1 Pystyjäykisteiden vaikutus .....	24
<b>4 Mitoitus eurokoodin mukaan.....</b>	<b>26</b>
4.1 Tehollinen poikkileikkaus.....	26
4.2 Taivutusmomentti .....	31
4.3 Leikkausvoima.....	33
<b>5 Rakenteiden luotettavuus.....</b>	<b>37</b>
5.1 Luotettavuusteorian lähtökohdat.....	37
5.2 Perusyhtälö .....	38
5.3 Muuttujien mallintaminen.....	41
5.4 Vaurioitumistodennäköisyys.....	42
5.5 Luotettavuusindeksi .....	43
<b>6 Laitekannatinpalkin laskennallinen analyysi.....</b>	<b>48</b>
6.1 Lähtötiedot .....	48
6.1.1 Rakennemalli.....	49
6.1.2 Kuormitus.....	51
6.2 Osavarmuuslukuihin perustuva menettely (EC).....	52
6.2.1 Voimasuureet.....	52
6.2.2 Rakenteen kestävyys .....	54
6.2.3 Käyttöasteet .....	57
6.3 Luotettavuusanalyysi .....	59
6.3.1 Muuttujat .....	60

6.3.2	Rasitus S.....	66
6.3.3	Kestävyys R.....	70
6.3.1	Luotettavuuden mittarit.....	75
6.3.2	Herkkyysanalyysi.....	78
6.4	<i>Tulosten yhteenveto</i> .....	84
<b>7</b>	<b>Johtopäätökset</b> .....	<b>87</b>
	<b>Lähteet</b> .....	<b>90</b>
	<b>Liitteet</b> .....	<b>93</b>
	LIITE A : Eurokoodin mukainen analyysi	
	LIITE B : Luotettavuusanalyysi	
	LIITE C : Sivuttaistukien kestävyys ja jäykkyys	

## Käytetyt symbolit ja lyhenteet

$A$	Poikkileikkauksen pinta-ala
$A_i$	Poikkileikkauksen osan $i$ pinta-ala
$A_{eff}$	Poikkileikkauksen tehollinen pinta-ala
$A_V$	Leikkauspinta-ala
$C_1, C_2, C_3$	Kuormituksesta riippuvat vakiot kriittisen momentin laskennassa
$E$	Kimmokerroin
$F_X$	Perusmuuttujan $X$ kertymäfunktio
$F$	Vaurioitumistapausten lukumäärä
$G$	Liukukerroin
$G(X)$	Rajatilafunktio
$G_I$	Pistekuorman pysyvä osuus
$I_{eff}$	Tehollinen jäyhyysmomentti
$I_t$	Vääntöjäyhyysmomentti
$I_y$	Jäyhyysmomentti $y$ -akselin suhteen
$I_z$	Jäyhyysmomentti $z$ -akselin suhteen
$I_\omega$	Käyritysmisjäyhyys
$K$	Tuen jäykkyys
$K_T$	Tuen kynnyisjäykkyys
$L$	Palkin pituus
$L_{cr}$	Kiepahduspituus
$L_{seg_i}$	Segmentin $i$ pituus
$L_u$	Kiepahdustukien välimatka
$M$	Otoskoko

$M_{0cr}$	Kimmenteorian mukainen kriittinen momentti palkille, jonka taivutusmomentti on vakio
$M_{1, 2, 3, 4, 5}$	Kiepahdussegmentin momentit
$M_{cr}$	Kimmenteorian mukainen kriittinen momentti
$M_{b,Rd}$	Kiepahduskestävyyden mitoitusarvo
$M_{c,Rd}$	Poikkileikkauksen taivutuskestävyyden mitoitusarvo
$M_{Ed}$	Taivutusmomentin mitoitusarvo
$M_{max}$	Momentin maksimiarvo
$M_P$	Momentti pistekuormasta
$M_p$	Momentti tasaisesta kuormasta
$M_{per\_case_n}$	Tapauksen $n$ momentit laskentapisteissä
$M_T$	Kynnysmomentti
$M_{Tot}$	Kokonaismomenttitensori
$N$	Perusmuuttujien lukumäärä
$O$	Origo
$P_i$	Pistekuorma $i$
$P_{Ed}$	Pistekuorman mitoitusarvo
$P^*$	Mitoituspiste
$P_f$	Vaurioitumistodennäköisyys
$P_{f,\beta C}$	Vaurioitumistodennäköisyys Cornell indeksistä johdettuna
$P_{f,\beta HL}$	Vaurioitumistodennäköisyys Hasofer-Lind indeksistä johdettuna
$P_r$	Rakenteen luotettavuus
$Q_1$	Pistekuorman muuttuva osuus
$R$	Kestävyys
$RC3$	Luotettavuusluokka 3
$S$	Rasitus

$Seg_i$	Kiepahdussegmentti $i$
$V_0$	Leikkausvoiman arvot palkin alkupäässä
$V_{bw.Rd}$	Leikkauslommahduskestävyyden mitoitusarvo
$V_{Ed}$	Leikkausvoiman mitoitusarvo
$V_L$	Leikkausvoiman arvot palkin loppupäässä
$V_{max}$	Leikkausvoiman maksimiarvo
$V_{pl.Rd}$	Plastisen leikkauskestävyyden mitoitusarvo
$W_{eff,c}$	Tehollinen taivutusvastus puristetun puolen suhteen
$W_{eff,t}$	Tehollinen taivutusvastus vedetyn puolen suhteen
$W_{eff}$	Tehollinen taivutusvastus
$X\_Points$	Laskentapisteet sisältävä tensori
$Xstart_i$	Segmentin $i$ alkupiste
$Z$	Varmuusmarginaali
$a$	Levykentän pituus
$a_i$	Pistekuorman $i$ etäisyys palkin alkupäästä
$b, \bar{b}$	Levykentän leveys
$b_i$	Pistekuorman $i$ etäisyys palkin loppupäästä
$b_{eff}$	Levyn tehollinen leveys
$br$	Tuen paikka
$c$	Puristetun taso-osan leveys
$c_x$	Muuttujan $x$ variaatiokerroin
$e_t$	Vetopuolen korkeus
$e_c$	Puristuspuolen korkeus
$f_y$	Teräksen myötölujuus
$g_0$	Palkin oma paino

$g_l$	Muu pysyvä tasan jakautunut kuorma
$h_s$	Tuetun palkin laippojen keskiöetäisyys
$h_w$	Uuman korkeus
$index\_of\_MAX$	Suurimman maksimimomentin tuottaman tapauksen indeksi
$index\_of\_mEd$	Mediaani maksimimomentin tuottaman tapauksen indeksi
$index\_of\_min$	Pienimmän maksimimomentin tuottaman tapauksen indeksi
$k, k_\sigma$	Lommahduskerroin
$k_\tau$	Leikkauslommahduskerroin
$k, k_\omega$	Sauvan kiepahduksen teholliseen pituuteen liittyviä tekijöitä
$m, mean$	Keskiarvo
$n_f$	Vaurioitumistapausten lukumäärä
$n$	Tapauksen indeksi
$p$	Tasan jakautunut kuorma
$p_{Ed}$	Tasan jakautuneen kuorman mitoitusarvo
$q_l$	Tasan jakautuneen kuorman muuttuva osuus
$s$	Keskihajonta
$t$	Levyn paksuus
$u$	Arvo standardiavuudessa
$z_0$	Neutraaliakselin etäisyys palkin reunasta
$z_g, z_j$	Yhden akselin suhteen symmetriseen poikkileikkaukseen liittyviä koordinaatteja
$z_i$	Poikkileikkauksen osan $i$ etäisyys palkin reunasta
$\Phi$	Standardoidun normaalijakauman kertymäfunktio
$\Phi_{LT}$	Kiepahduskestävyyden laskennassa käytettävä parametri

$\alpha_{LT}$	Epätarkkuustekijä
$\beta$	Luotettavuusindeksi
$\beta_C$	Cornell indeksi
$\beta_{HL}$	Hasofer-Lind indeksi
$\gamma_{MO}$	Materiaaliominaisuuksien osavarmuusluku
$\gamma_{MI}$	Stabiiliuden osavarmuusluku
$\varepsilon$	Teräksen myötölujuuden huomioiva kerroin
$\eta$	Myötölujuuttumisen huomioiva kerroin
$\kappa$	Kerroin kuormien ominaisarvoille
$\bar{\lambda}_{LT}$	Muunnettu hoikkuus kiepahduksessa
$\bar{\lambda}_p$	Muunnettu hoikkuus puristuslommahduksessa
$\bar{\lambda}_w$	Muunnettu hoikkuus leikkauslommahduksessa
$\rho$	Pienennystekijä
$\sigma$	Keskihajonta
$\sigma_{cr}$	Kriittinen puristusjännitys
$\tau_{cr}$	Kriittinen leikkausjännitys lommahduksen suhteen
$\nu$	Poissonin vakio
$\chi_{LT}$	Kiepahduskestävyyden pienennystekijä
$\chi_w$	Lommahduskestävyyden pienennystekijä
$\psi$	Jännityssuhde





# 1 Johdanto

Teollisuusrakennuksissa rakenteiden mitoitus täytyy usein tehdä vailla tarkkaa tietoa tulevista olosuhteista. Muihin rakennuksiin verrattuna olosuhteet vaihtelevat teollisuudessa voimakkaasti rakennuksen elinkaaren aikana. Tilojen käyttötarkoitusta saatetaan muuttaa, laitteistoja vaihtaa tai lisätä, rakenteita muuttaa ja niin edelleen. Joskus edes ensimmäisen käyttöönoton kuormitusta ei tiedetä suunnitteluvaiheessa tarkasti, sillä hankkeen toteutus pyritään yleensä suorittamaan nopealla aikataululla. Rakennesuunnittelu on tällöin aloitettava ennen kuin laitoksen yksityiskohtaiset ratkaisut ovat tiedossa. Lisäksi teollisuusrakennusten hyötykuormat ovat epämääräisiä johtuen laitteiden koosta ja ominaisuuksista. Suunnittelijan tehtävä on mitoittaa rakenteet käyttötarkoitustaan varten, mutta huomioida myös taloudellisuus. Suurpiirteisillä lähtötiedoilla sopivan varmuustason löytäminen on vaikeaa, sillä rakenteiden käyttäytyminen ei aina ole lineaarista. Erityisesti epästabiiliusilmiöt ovat vaikeasti ennustettavissa.

Vaatimukset itse rakenteiden ominaisuuksia kohtaan ovat teollisuudessa tiukkoja. Palkkien jännevälit ovat usein pitkiä, sillä esimerkiksi laitteiden siirrot vaativat suuria vapaita aukkoja rakennuksessa. Lisäksi sallitut taipumat voivat olla hyvin pieniä. Näistä syistä laitekannattimilta vaaditaan suurta taivutusvastusta omaan painoon verrattuna. Korkeat ohutumapalkit sopivat tähän tarkoitukseen hyvin, mutta ovat alttiita erilaisille stabiiliuden menetyksen muodoille. Tyypillisiä ilmiöitä ovat erityisesti kiepahdus ja uuman leikkauslommahdus. Kiepahduksen estämiseksi palkki on tuettava poikittaisia vaakasuuntaisia siirtymiä vastaan. Tuet olisi hyvä kiinnittää puristettuun laippaan tai ainakin mahdollisimman kauas poikkileikkauksen vääntökeskiöstä. Lommahdus voidaan estää hitsaamalla palkin kylkeen jäykistelevyjä. Yleensä poikittaiset jäykisteet ovat riittäviä. Ohutumapalkkien suunnittelussa keskeistä onkin sivuttaistukien ja uuman jäykisteiden tarpeeksi tiheä sijoittelu. Kiepahdustukien on myös kyettävä siirtämään voimat jäykistäville rakenteille. Tähän vaikuttavat olennaisesti tukien jäykkyys ja kestävyys.

Eurokoodissa ohutumapalkkien mitoitus perustuu tehollisen poikkileikkauksen määrittämiseen. Lommahdukselle alttiit osat poikkileikkauksesta jätetään tällöin huomioimatta

kestävyyden laskennassa. Tämä koskee ainoastaan puristusjännityksiä. Leikkauskestävyys lasketaan hieman eri tavalla olettaen teholliseksi pinta-alaksi koko uuma, mutta jättäen laippojen vaikutus huomiotta. Kiepahdus- ja leikkauslommahduskestävyys lasketaan vähentämällä poikkileikkauksen kestävyyttä riippuen rakenteen geometriasta palkin aksiaalisessa suunnassa.

Todennäköisyyslaskentaan perustuvan luotettavuusteorian avulla voidaan arvioida rakenteen luotettavuutta. Tällöin laskentaparametrejä käsitellään satunnaismuuttujina yksittäisten tarkkojen arvojen sijaan ja luotettavuus määritetään muuttujien jakaumien avulla. Todellisuuden mallintaminen on luotettavuuslaskennassa normimenetelmiä tarkempaa, sillä todellisuudessa kaikkiin parametreihin sisältyy epävarmuutta. Lisäksi sen avulla voidaan varautua olosuhteiden muutoksiin rakenteen elinkaaren aikana. Mitoitusta voidaan pitää hyväksyttävänä, kun todennäköisyys rakenteen vaurioitumiselle on tarpeeksi pieni.

Tässä työssä tarkastellaan teollisuuskohteen teräksisen laitekannattimen stabiliteetin menetyksen todennäköisyyttä. Tarkoitus on löytää mitoitukseen sopiva varmuustaso ottaen huomioon vaihtelut kuormituksessa tai tukirakenteissa. Aluksi lasketaan palkin käyttöasteet eurokoodin mukaisilla menetelmillä. Tämän jälkeen suoritetaan luotettavuusanalyysi kirjallisuudesta poimittujen ja arvioitujen jakaumaparametrien avulla. Parametrien vaikutusta palkin luotettavuuteen tutkitaan suorittamalla laskenta useilla eri arvoilla. Näin saadaan käsitys arvioinnin tarkkuuden merkityksestä sekä rakenteen herkkyydestä erilaisia muutoksia kohtaan. Samalla nähdään standardimitoituksen soveltuvuus kyseiselle rakenteelle luotettavuuden näkökulmasta.

Luvuissa 2-5 esitellään työn teoreettinen tausta ja laskentamenetelmät. Ensin perehdytään teollisuuskohteen suunnittelun ominaispiirteisiin ja rakenneratkaisuihin. Tämän jälkeen käydään läpi työn kannalta oleelliset epästabiiliusilmiöt. Seuraavaksi esitellään käytettävät laskentamenetelmät, joista ensimmäisenä eurokoodin mukainen mitoitus ja toiseksi luotettavuusanalyysi. Luvussa 6 suoritetaan laskenta esimerkkinä toimivalle rakenteelle. Tarkasteltava rakenne on ohutuumainen hitsattu I-palkki. Palkki on yksiaukkoinen ja päistään haarukkalaakeroitu. Sivusuuntaisia tukia on kolme, jotka ovat kimmoisia. Palkissa on poikittaiset jäykisteet päissä sekä sivuttaistukien kohdalla.

Kuormitus on staattista ja pystysuuntaista jakautuen kahteen pistekuormaan sekä tasaiseen kuormaan koko palkin pituudella. Sekä pistekuormat että tasan jakautunut kuorma sisältävät pysyvän ja muuttuvan osuuden. Luotettavuuslaskennassa käytetään satunnaismuuttujina teräksen myötölujuutta ja kimmokerrointa, sivuttaistukien sijaintia ja jäykkyyttä sekä kuormien suuruutta.

Lopuksi arvioidaan laskentamenetelmien soveltuvuutta käytetylle rakenteelle. Standardimitoituksen ja luotettavuuslaskennan tuloksia verrataan toisiinsa ja pohditaan muuttujien arvojen vaikutusta syntyviin eroihin. Näiden seikkojen perusteella annetaan suosituksia samankaltaisten laskelmien suorittamiseksi tulevaisuudessa.

## 2 Teollisuusrakennusten laitekannatinpalkit

Toteutettavat rakenneratkaisut on valittava perustuen rakenteiden käyttötarkoitukseen ja olosuhteisiin rakenteen elinkaaren aikana. Tässä luvussa selvitetään oleellisia asioita teollisuusrakenteiden suunnittelun ominaispiirteistä ja tyyppillisistä kuormista sekä esitellään rakenneratkaisu laitekannattimelle.

### 2.1 Suunnittelun luonne

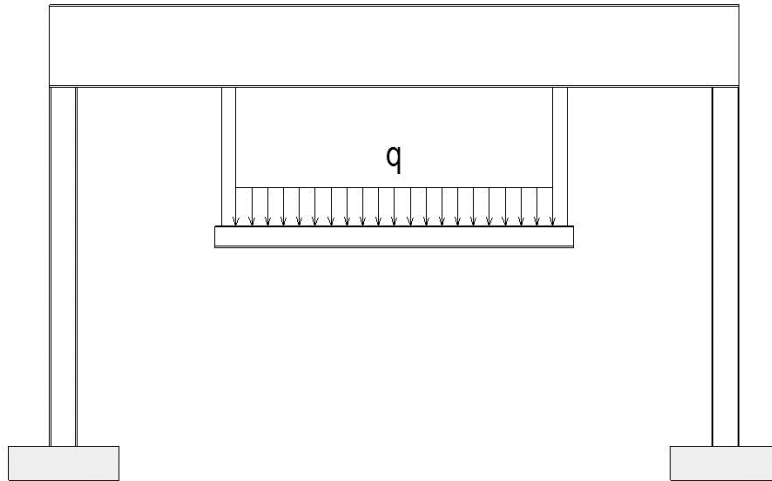
Teollisuuskohteen suunnittelussa on omat piirteensä verrattuna asuin- ja toimistorakennuksiin sekä yhdyskuntateknisiin rakenteisiin. Prosessin eteneminen ja suunnittelun reunaehdot eroavat, mikä vaikuttaa työn luonteen lisäksi valittuihin rakenneratkaisuihin. Eron voi havaita jo materiaalivalinnoissa. Teollisuudessa käytetään paljon terästä, kun infrarakenteet koostuvat suurelta osin betonirakenteista. Myös asuinkerrostalot ovat pitkälti betonirakenteisia, mutta toimistorakennuksissa teräs on suosittua osin samoista syistä kuin teollisuudessa. Teollisuuskohteen teräsrakenteiden suunnittelua ohjaa laitteen sijoittelu. Tärkeimmät suunnitteluprosessissa huomioon otettavat asiat ovat [1] :

- Kuormitus
- Vaadittava tila ottaen huomioon kehän liitokset ja erityisesti putkistot
- Vapaiden aukkojen suunnittelu siten, että laitteita päästään asentamaan ja poistamaan
- Valmistus ja pystyttäminen

Rakennesuunnittelu on vain yksi osa teollisuuslaitoksen suunnittelua ja toteuttamista. Aikataulut ovat yleensä tiukkoja, jotta investointi saadaan nopeasti tuottamaan. Tästä syystä mahdollisuutta suunnittelun porrastamiselle ei usein ole, joten rakennesuunnittelu käynnistyy varhaisessa vaiheessa verrattuna saatavilla olevaan tietoon. Laitossuunnittelu etenee rinnan rakennesuunnittelun kanssa johtaen iteratiiviseen suunnitteluprosessiin. Tiedon hankkiminen ja hallinta on suuri osa teollisuusrakennusten alati muuttuvassa suunnitteluvaiheessa tehdystä työstä. Alkuvaiheessa tieto saattaa olla hyvin suurpiirteisestä tarkentuen loppua kohden laitoksen suunnittelun ja laitevalintojen edetessä. Voidaan

esimerkiksi todeta, että rakennuksen tiettyyn paikkaan sijoitetaan nosturi, mutta nosturin kapasiteetti ei ole vielä selvillä. Suunnittelijalle on eduksi pyrkiä alusta asti suunnittelemaan rakenne, joka täyttää vaatimukset lopullisessa tilanteessa mahdollisimman tarkasti. Näin ollen muutokset reunaehdoissa eivät aiheuta radikaaleja muutoksia rakennesuunnitelmiin. Liiallinen ylimoittaminen johtaa taloudellisesti huonoon lopputulokseen lisäämällä materiaali- ja kuljetuskustannuksia. Alimitoittaminen sen sijaan voi johtaa kalliisiin ja vaikeasti toteutettaviin vahvistustoimenpiteisiin. Hyvän lopputuloksen saavuttamiseksi on tärkeää arvioida erilaisia vaihtoehtoja ja niiden toteutumisen todennäköisyyttä. [1]

Suunnittelun luonteella on ollut vaikutusta teollisuudessa käytettäviin rakenneratkaisuihin. Rakennesuunnittelijat ovat joutuneet kehittämään ratkaisuja, jotka sopeutuvat mahdollisimman hyvin suunnitteluprosessin etenemiseen. Saatavilla olevan tiedon ollessa epävarmaa, myös suunnittelussa on pyrittävä joustavuuteen, jotta jo valmiit suunnitelmat kelpaavat yllättävienkin skenaarioiden toteutuessa. Toisin sanoen rakenteiden on pystyttävä sietämään riittävästi variaatiota lähtötiedoissa. Teollisuusrakennukset poikkeavat muista rakennuksista usein siten, että hyötykuormat tuetaan yllä oleviin rakenteisiin alla olevien sijaan. Tukirakenteet toteutetaan tyypillisesti erilaisin ripustuksin järeistä pääkannattimista (kuva 1). Tästä on paljon hyötyä projektien luonteen huomioon ottaen. Koska kuormien paikka ja suuruus ovat alkuvaiheessa epävarmoja, tukirakenteet on järkevää suunnitella mahdollisimman lähellä projektin loppua. Kun yläosan rakenteiden valmistus alkaa, on laitoksen suunnittelu paljon pidemmällä kuin perustuksia suunniteltaessa. Jos tarvetta muutoksille ilmenee, yläosan rakennesuunnitelmiin niitä ehditään tehdä vielä myöhäisessä vaiheessa verrattuna alempien osien suunnitelmiin. [1]



*Kuva 1 Hyötykuorman tukeminen ripustusten avulla.*

Ripustusten avulla laitteille ei myöskään tarvitse tehdä erillisiä perustuksia. Riittää, että tehdään järeät perustukset pilareille, jotka voidaan sijoittaa paljon joustavammin, sillä niiden paikat eivät riipu suoraan laitteiden paikoista. Kun perustuksia tarvitaan vähemmän, myös rakenneosien esivalmistusaste kasvaa, mikä edesauttaa hallitumpaa rakentamista ja parempaa laatua. Pilareiden määrä kannattaa pitää pienenä ja niiden välimatkat reiluina, jotta siirtoja vältetään mahdollisimman hyvin. Tämä johtaa suuriin pilareihin ja pitkiin jänneväleihin pääkannattimilla. Myös suurten vapaiden aukkojen tarve edellyttää pitkiä jännevälejä. Kun lisäksi taipumarajoitukset saattavat olla teollisuudessa hyvin tiukkoja, jopa tuhannesosa palkin jännevälistä, vaaditaan kannattimien suunnittelussa optimointia. Optimointi johtaa usein hoikkiin poikkileikkauksiin, mikä altistaa rakenteen epästabiiliusilmiöille. Esimerkiksi taipumien rajoittamiseksi on järkevää käyttää korkeita palkkeja, joilla kiepahdus ja lommahdus ovat olennaisia suunnittelussa huomioitavia tekijöitä. Taipumiin vaikuttaa myös kuormien sijainti jänteellä. Pilarit kannattaisi sijoittaa mahdollisimman lähelle kuormien tukipisteitä, mutta kuten edellä on käsitelty, tämä on suunnittelussa usein vaikeaa. [1]

Merkittävä ero teollisuuskohteiden ja muiden välillä on myös olosuhteiden suuret muutokset käyttöiän aikana. Laitteita voidaan vaihtaa ja lisätä, tai koko laitos valjastetaan eri tehtävään kuin alun perin. Rakenteisiin saatetaan tehdä muutoksia poistamalla osia tilantarpeen vuoksi tai lisäämällä osia tuennan järjestämiseksi uusille laitteille. Muutokset aiheuttavat variaatiota kuormitukseen ja rakenteen kestävyys. Käytön aikaisten muu-

tosten ennustaminen on suunnitteluvaiheessa vaikeaa. Vastuu muutostoimenpiteistä ei toki ole rakenteiden alkuperäisellä suunnittelijalla, mutta jo ensimmäisissä suunnitelmissa tämä variaatio on hyvä huomioida, jotta muutosten toteuttaminen olisi mahdollisimman joustavaa, kontrolloitua ja taloudellista. Tämä on mahdollista arvioimalla epävarmuutta koko suunnittelun ajan. [1]

## 2.2 Tyypillinen kuormitus

Teollisuusrakenteilla esiintyy laaja kirjo erityyppisiä kuormia. Kuormat voivat olla staattisia, dynaamisia, liikkuvia, vaihtuvasuuntaisia, lämpötilakuormia ja niin edelleen. Tässä työssä rajoitutaan tarkastelemaan ainoastaan painovoimasta syntyviä staattisia kuormia. Tuettavat laitteet joutuvat tehtävästään riippuen kestävänsä korkeaa painetta, kulutusta, lämpötilaa tai kemiallista rasitusta, jolloin niiltä vaaditaan erittäin suurta kestävyyttä. Tämä yhdessä suuren koon kanssa voi nostaa yksittäisen osan massan jopa 10 000 tonniin. Rakenteita rasittavat pystysuuntaiset kuormat saattavat täten olla äärimmäisen suuria. Palkkien hyötykuormat ovat tyypillisesti alapuolisista ripustuksista syntyviä pistemäisiä laitekuormia ja ylemmän tason tukemisesta syntyvää tasaista kuormaa. Kuormien laskennallisten arvojen valinta saattaa kuitenkin aiheuttaa vaikeuksia.

Mitoituskuormien määrittäminen teollisuusrakenteille on haasteellista monista eri syistä. Vaikeuksia aiheuttaa erityisesti kolme osa-aluetta. Ensinnäkin laitteista aiheutuvien kuormien suuruus on epämääräistä. Osien todelliset painot ja paikat ovat epäselviä jopa sellaisissa hankkeissa, joista on kokemusta ennestään, tai jotka ovat suoria kopioita vanhoista laitoksista. Kun suunnitelmat poikkeavat vanhoista, ongelmaksi muodostuu myös ajoitus. Tarkka tieto käytettävistä laitteista saadaan yleensä rakennesuunnittelijan näkökulmasta liian myöhään, kuten edellisessä luvussa todettiin. Laitteiden ollessa suurikokoisia niiden massa jakautuu useiden tukien kesken. Kuorman jakautumiseen vaikuttaa laitteen oma jäykkyys, josta suunnittelijalla harvoin on tietoa. Näiden seikkojen lisäksi laitteiden massa ja massakeskipisteen sijainti vaihtelevat huomattavasti, jos laitteet sisältävät putkistoja ja säiliöitä, sillä materiaalin määrä näiden sisällä on ajasta riippuvainen. Myös tukirakenteiden jäykkyydellä on merkitystä, sillä siirtymät johtavat voimien uudelleen jakautumiseen. Laitos- ja putkistosuunnittelijat olettavat usein tuki-

rakenteiden olevan täysin jäykkiä. Todellisuudessa kuitenkin kaikki kuormat aiheuttavat taipumia, joiden vaikutuksista sekä rakennesuunnittelijan että laitoksen suunnittelijan on hyvä olla tietoinen. Tästä syystä on tärkeää tutkia tukirakenteiden jäykkyyksivaatimuksia kestävyysvaatimusten lisäksi. [1]

Toinen ongelmia aiheuttava osa-alue on tasaisesti jakautuneiden kuormien määrittäminen. Tasaista kuormaa syntyy tasokuormien lisäksi erilaisista pienemmistä kiinnityksistä pitkin palkin pituutta. Näiden pienten kiinnitysten määrä voi vaihdella huomattavasti rakenteen elinkaaren aikana. Uusien kiinnitysten vaikutus rakenteen kestävyysvaatimukseen jätetään helposti huomiotta, sillä ero on pieni. Vaarana on kuitenkin rasitusten kerääntyminen hitaasti ajan myötä, jolloin saatetaan päätyä hyvinkin suuriin kuormituksiin alkutilanteeseen verrattuna. Tasojen hyötykuormat ovat niin ikään haasteellisia arvioida. Myös tasoihin on kytketty pieniä kiinnityksiä satunnaisiin paikkoihin. Lattioiden alla kulkee usein kevyitä kaapeleita ja putkistoja. Joissakin likaisissa laitoksissa jopa näihin kerääntynyt pöly on aiheuttanut merkittäviä lisäkuormia. Kuvassa 2 esitetään sulaton putkistoja, jotka on ripustettu ylempiin rakenteisiin. Laitteiden sijainnit kannateltavalla tasolla saattavat olla epävarmoja. Tämä voidaan ratkaista asettamalla aluksi koko tasolle suuri hyötykuorma. Suunnitelmien tarkentuessa voidaan laitekuormat asettaa omille alueilleen pysyviksi kuormiksi ja pienentää muiden alueiden kuormia. [1]

Tasojen mitoituskuormat eivät ole välttämättä selviä, vaikka hyötykuormat olisivat tarkasti tiedossa. Normien antamiin ohjeellisiin kuormiin ei voida sokeasti luottaa, sillä ne viittaavat usein normaalin käytön aikaiseen kuormitukseen, joka on kevyttä. Kriittisempi tilanne syntyy usein laitoksen asennusvaiheessa tai pidemmän ajan kuluttua esimerkiksi laitteistojen muuttuessa. Kun laitteita vaihdetaan uusiin, tarvitaan väliaikaisia paikkoja siirtämistä ja säilytystä varten. Tällöin yllättäviinkin paikkoihin saattaa kohdistua suurta kuormitusta, mikä asettaa myös muutoin kuormittamattomille alueille kestävyysvaatimuksia. Asennus ja purku on tärkeää huomioida jo suunnitteluvaiheessa, jotta siirrot onnistuvat sujuvasti. [1]





*Kuva 2 Putkistojen ripustuksia sulatossa. [<http://www.wikipedia.org/Smelting>]*

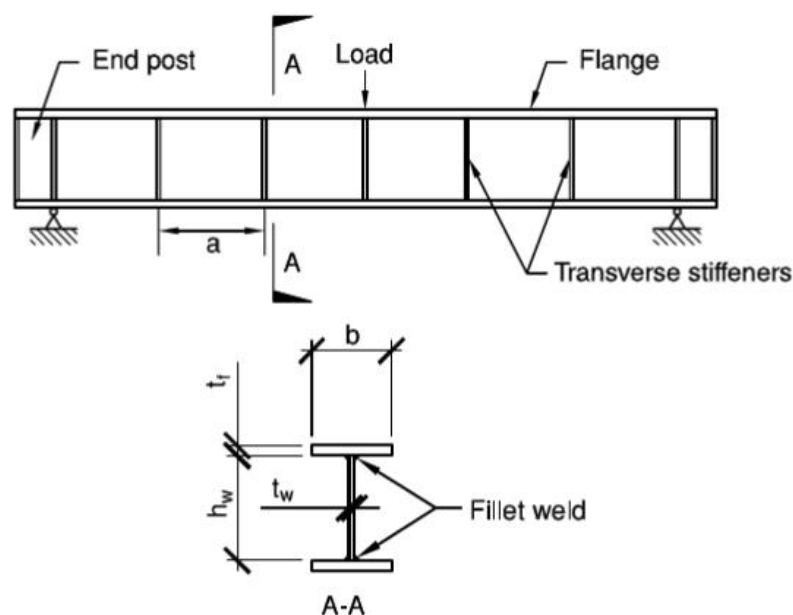
Kolmas ongelma kuormien suuruuksien arvioinnissa on laitekuormien mahdollinen dynaaminen luonne. Mitoituskuormia on muutettava rajusti, jos kuorman ja tuen välille syntyy dynaamista vuorovaikutusta. Merkittävässä roolissa dynaamisten kuormien suhteen on rakenteen ominaistaajuus. Dynaamisia kuormia ei tämän työn puitteissa käsitellä enempää, mutta niiden vaikutuksista on tärkeää olla tietoinen etenkin teollisuuskohteissa. [1]

Vaikka kuormien arviointi vaikuttaa käsiteltyjen asioiden valossa hyvin epämääräiseltä, on rakennesuunnittelu mahdollista toteuttaa hyvin tuloksin. Suunnittelijalle on tärkeää ymmärtää saatavilla olevan tiedon tarkkuus. Sen lisäksi, että yllättäviä uusia kuormia saattaa tulla, voi kuormien arvoissa olla myös paljon varmuutta. Kuormilla on tapana koostua useista pienistä osista, joiden toteutuminen ääriarvoillaan samanaikaisesti on epätodennäköistä. Mahdollisten skenaarioiden todennäköisyyksiä voidaan arvioida tilastollisilla menetelmillä ja näin saavuttaa merkittäviä säästöjä projektin toteutusvaiheessa. Kuormille voidaan määrittää huomattavia pienennyskertoimia tinkimättä laitoksen tur-

vallisuudesta. Standardien mitoitusohjeet perustuvat laajalti kokemukseräiseen tietoon, jonka avulla riittävät varmuusluvut on määritelty. Standardien tuntemuksen lisäksi on eduksi hallita myös rakenteiden luotettavuusteoriaa, sillä varsinkin teollisuuskohteissa standardien oletukset eivät aina päde. Tällöin ei olla pelkästään standardeissa esitettyjen menetelmien varassa ja tietämys mitoituksen perusteista syvenee. [1]

## 2.3 Ohutuumapalkit

Edellisissä luvuissa on esitelty keskeisiä vaatimuksia, jotka vaikuttavat laitekannattin-palkin rakenneratkaisun valintaan. Suurten vapaiden aukkojen tarve vaatii kannattimilta pitkiä jännevälejä, jolloin taipumat kasvavat. Laitteiden toiminnan takaamiseksi taipumat tulisi pitää pieninä, mikä onnistuu lisäämällä kannattimien korkeutta. Yleisesti voidaan sanoa, että rakenteilta vaaditaan tavallista enemmän optimaalisuutta. Tästä johtuen monet sillanrakennuksessa suositut rakenneratkaisut soveltuvat hyvin laitekannattimen toteuttamiseen. Teollisuusrakenteissa päädytään usein materiaaleista teräkseen, joten vartenotettavia vaihtoehtoja ovat esimerkiksi ristikko tai levypalkki. Tässä työssä käytetään rakenteena korkeaa hitsattua levypalkkia. Tämän luvun tarkoituksena on esitellä ohutuumapalkin ominaisuuksia rakenneratkaisuna ja huomion arvoisia seikkoja suunnittelussa. Kuvassa 3 esitetään tyypillinen hitsauskokoontalo ohutuumaiselle levypalkille.



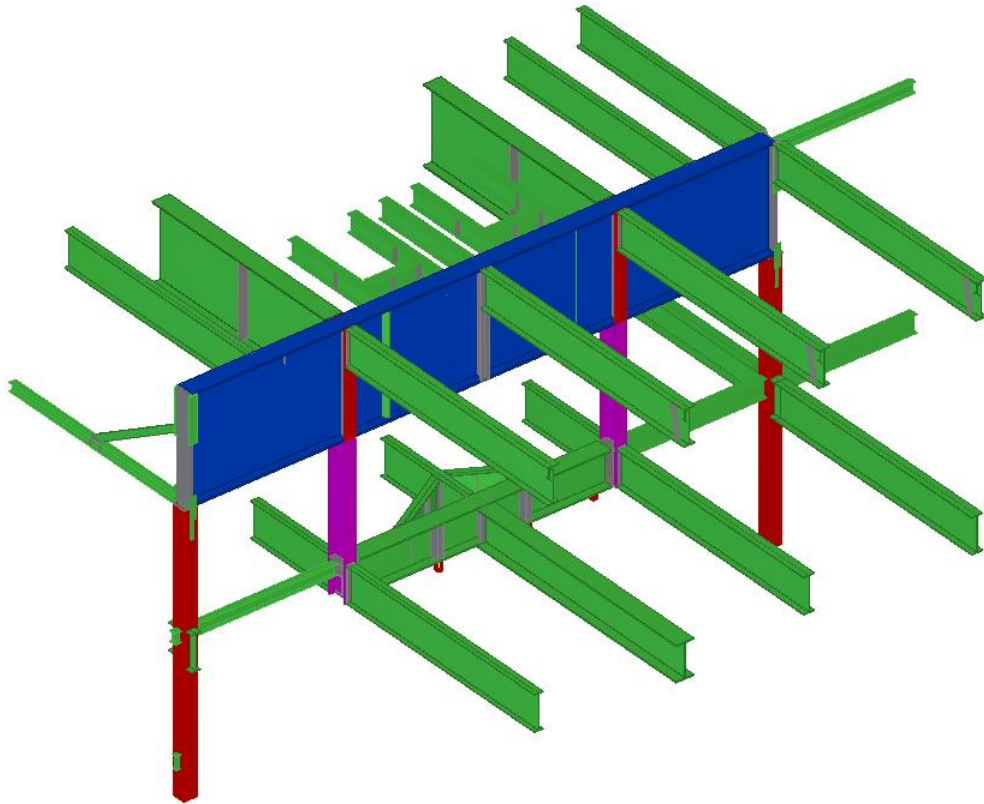
Kuva 3 Ohutuumapalkin tyypillinen kokoonpano. [1]

Korkeilla palkeilla on suuri taivutusvastus, jota tarvitaan taipumien ja suurten momenttien hallitsemiseen. Palkin oman painon minimoimiseksi on eduksi suunnitella uuma mahdollisimman ohueksi. Hoikilla taso-osilla paikalliset lommahdukset rajoittavat niiden kapasiteettia puristusjännitysten suhteen. Eurokoodin mukaan paikalliset lommahdukset on huomioitava, jos poikkileikkaus kuuluu luokkaan neljä. Laipat on syytä suunnitella vähintään poikkileikkausluokkaan kolme kuuluviksi, sillä luokassa neljä osa poikkileikkauksesta oletetaan lommahduksen takia tehottomaksi. Laipoissa tämä tehoton osa toimii ainoastaan lisäkuormana, joten siitä ei ole rakenteelle hyötyä. Uumassa sen sijaan tehottomalla osalla on muutakin merkitystä. Kun palkin korkeutta kasvataan, kasvaa myös uuman hoikkuus, mikä lisää tehottoman alueen osuutta. Korkeudesta on kuitenkin etua, sillä laippojen keskinäisen etäisyyden kasvaessa myös taivutusvastus kasvaa. Lisäksi ohutkin uuma kestää yleensä siihen kohdistuvan leikkausvoiman, koska sen poikkipinta-ala on korkeuden takia suuri. Täten uuma voidaan hyvin suunnitella luokkaan neljä kuuluvaksi. Luokkaan kolme kuuluva uuma on usein liian järeä ja kasvattaa profiilin painoa turhaan. [2]

Edellä mainituista syistä ohutumapalkki soveltuu hyvin laitekannatinpalkin rakenneratkaisuksi, kunhan palkin stabiilius varmistetaan. Täten ohutumapalkkien suunnittelu ohjaa uuman riittävän lommahduskestävyyden saavuttaminen. Uuman lommahdusta pyritään estämään poikittaisilla jäykisteillä suurten pistekuormien kohdalla sekä tuilla, sillä näissä kohdissa esiintyy suuria leikkausvoiman arvoja. Hoikat ohutumapalkit on tuettava kiepahdusta vastaan, kun jännevälit ovat pitkiä. Tämä onnistuu yleensä sekundäärirakenteiden avulla, kunhan varmistetaan voimien siirtyminen sivusuunnassa jäykistäville rakenteille. [2]

Ristikoon verrattuna levypalkin etuna on yksinkertainen valmistus. Ristikko vaatii paljon erilaisia osia ja valtavasti hitsaamista. Hitsit ovat myös paljon hankalampia kuin levypalkissa. Jatkuvilla palkeilla voi olla eduksi korottaa poikkileikkausta tukien kohdalla, sillä voimasuureiden mitoitusarvot sijaitsevat usein näissä kohdissa. Esimerkiksi silloissa uuman korkeus voi olla tuella paljon suurempi kuin jänteen keskellä. Tarvittaessa levypalkin poikkileikkaus on helppoa toteuttaa muuttuvana leikkaamalla uuma sopivan muotoiseksi. Ristikossa vastaava ratkaisu lisää huomattavasti erilaisten osien määrää,

sillä sauvojen pituudet vaihtelevat. Ristikon etuna on läpivientien toteuttaminen. Levy-palkkiin on tehtävä erillisiä aukkoja uumaan, jos läpivienneille on tarvetta.



*Kuva 4 Ohutuumpalkki laitekannattimena.*

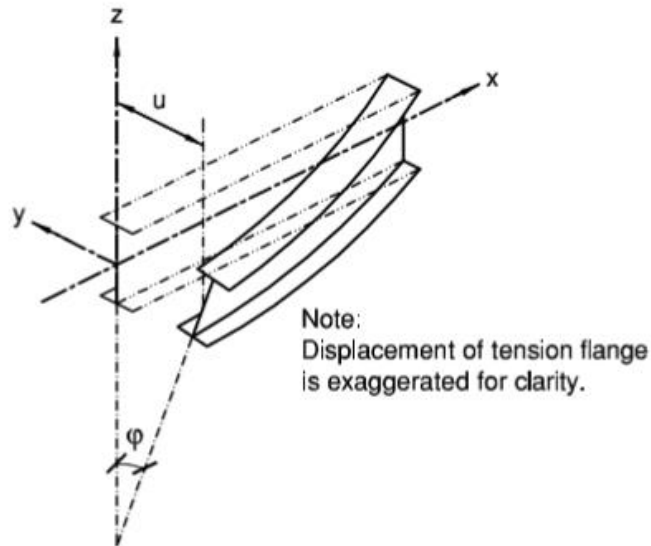
Kuvassa 4 on osa teollisuusrakennuksen rakennejärjestelmää. Pääkannatin tukee alempia rakenteita kahden vetosauvan avulla. Ylätasot tukeutuvat pääkannattimeen sekundääripalkkien avulla, jotka samalla antavat kannattimelle sivuttaistukea. Palkissa on poikittaiset jäykisteet kohdissa, joihin vaikuttaa suuria pistemäisiä voimia. Näitä ovat vetosauvojen kiinnityskohdat sekä tuet. Myös sekundääripalkkien kohdat on hyvä jäykistää, jolloin jäykiste helpottaa samalla liitoksen toteuttamista.

### 3 Epästabiiliusilmiöt

Yksi teräsrakenteiden suunnittelun haasteista on erilaisten epästabiiliusilmiöiden huomioiminen. Teräsrakenteet koostuvat hyvin hoikista osista verrattuna betoni- tai puurakenteisiin. Epästabiiliusilmiöt ovat vaikeasti ennustettavissa, sillä ne ovat luonteeltaan epälineaarisia. Tässä luvussa käsitellään työn kannalta kaksi oleellista stabiiliuden menetyksen muotoa: *kiepahdus* ja *uuman leikkauslommahdus*.

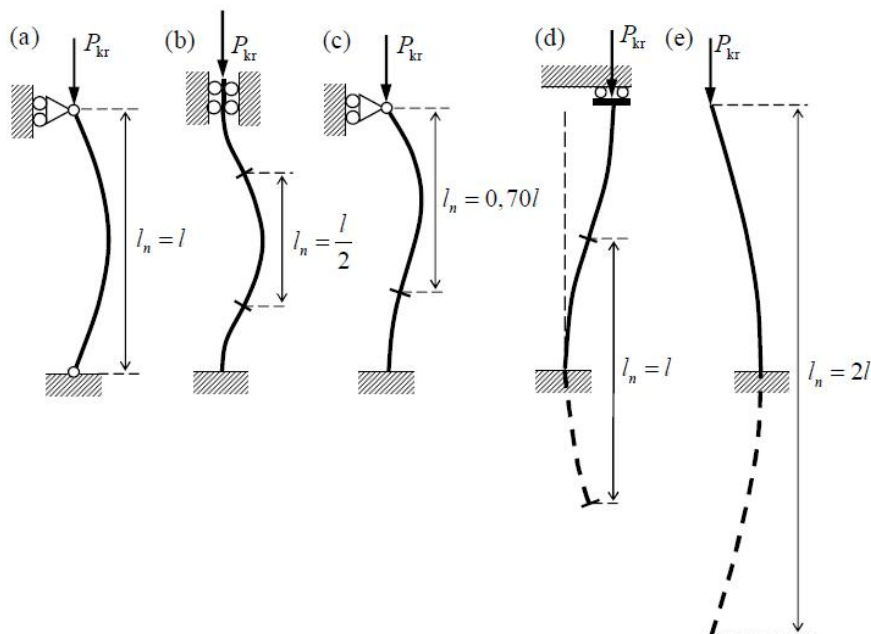
#### 3.1 Kiepahdus

Taivutusrasituksen alaisessa palkissa vaikuttaa sekä puristavia että vetäviä normaalijännityksiä. Kun kuormitus on painovoiman suuntaista, vapaasti tuetussa yksiaukkoisessa palkissa puristusjännitykset vaikuttavat palkin yläosassa ja vetojännitykset alaosassa. Ylälaippaa voidaan ajatella uuman tasossa kimmoisasti tuettuna puristettuna sauvana. Hoikka puristettu sauva on vaarassa nurjautua, sillä sen taivutusvastus on suhteellisen pieni. Poikittaisessa suunnassa laipan taivutusta vastustaa sekä ylä- että alalaipan taivutusvastus, uuman taivutusvastuksen ollessa merkityksetön. Koska ainoastaan ylälaippa on puristettu, pyrkii palkin yläosa taipumaan sivulle alaosan pysyessä lähempänä alkuperäistä paikkaa. Tällöin poikkileikkaus kiertyy palkin akselin ympäri ja siirtyy ikään kuin kaatuen pois kuormittamattoman tilan asemasta kuvan 5 mukaisesti. Tällaista taivutetun rakenteen poikittaissuuntaista epästabiiliusilmiötä kutsutaan kiepahdukseksi. Kiepahduksen osalta alalaipan taivutusvastus ei ole korkealla palkilla yhtä merkittävä kuin ylälaipan, sillä poikkileikkauksen siirtyessä ja kiertyessä palkin akselin ympäri ylälaippa käyristyy enemmän ja näin reagoi taivutukseen voimakkaammin. Kuormituksen vaikutustasossa palkin jäykkyys on yleensä paljon suurempi kuin poikittaisessa suunnassa. Tällöin ylälaipan nurjahdus poikittaissuunnassa tapahtuu ennemmin kuin tason suunnassa. Kiepahdusta pyritään estämään tukemalla ylälaippa poikittaissuunnassa tarpeeksi tiheästi, jotta nurjahduspituus pienenee. Toinen vaihtoehto on tukea poikkileikkaus kiertymistä vastaan. [3] [4]



Kuva 5 Pääjäyhyden suunnassa kuormitetun palkin kiepahdus. [1]

Kiepahdukseen kuuluu ilmiölle ominainen pituus, kuten nurjahdukseen. Pituuteen vaikuttavat sauvan päiden vapausasteet sekä välituet. Kun palkin taivutusvastus heikommassa suunnassa on paljon pienempi kuin vahvemmassa, voidaan ylälaipan olettaa olevan tuettu palkin pääjäyhyden suunnassa. Tällöin kiepahdustilanne vastaa yhdessä suunnassa tuettua pilaria ja kiepahduspituus riippuu päiden tuennasta kuvan 6 mukaisesti.



Kuva 6 Tuennan vaikutus puristetun sauvan nurjahduspituuteen.

### 3.1.1 Kriittinen momentti

Kiepahdustilannetta mallinnetaan usein ideaalitalanteen mukaan olettamalla poikkileikkauksen siirtymä ja kiertymä nollassi, kunnes saavutetaan taivutusmomentin kynnyisarvo, jolla kiepahdus tapahtuu. Tätä momenttia kutsutaan kimmoteorian mukaiseksi palkin *kriittiseksi momentiksi*. Palkin kriittisen momentin määrittämiseksi on esitetty useita erilaisia laskukaavoja. Kun palkin taivutusjäykkyys heikommassa suunnassa on paljon pienempi kuin vahvemmassa suunnassa, myös taipuma pääjäyhyden suunnassa voidaan olettaa nollassi kiepahdushetkellä. Näin palkin jäykkyys tässä suunnassa ei vaikuta kriittiseen momenttiin, minkä voi todeta käytetyistä laskukaavoista [4]. Täysin suoran kimmoisen palkin kriittinen momentti päistään haarukkalaakeroidulle palkille, jonka taivutusmomentti on vakio lasketaan kaavasta [7]:

$$M_{0cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} + \frac{L^2 \cdot GI_t}{\pi^2 \cdot EI_\omega}} \quad (3.1)$$

tai kaavasta [6] [5]:

$$M_{0cr} = \frac{\pi}{L} \cdot \sqrt{EI_z \cdot GI_t} \cdot \sqrt{(1 + \pi^2 \cdot EI_\omega / (L^2 \cdot GI_t))} \quad (3.2)$$

missä

L	kiepahduspituus
E	teräksen kimmokerroin
G	liukukerroin
$I_z$	jäyhyysmomentti heikomman akselin suhteen
$I_t$	vääntöjäyhyysmomentti
$I_\omega$	käyritysmisjäyhyys

Kaavan (3.2) merkintöjä on muutettu vastaamaan tässä työssä käytettyjä merkintöjä. Taivutusmomentti on kuitenkin harvoin vakio koko sauvan matkalla. Myös tukiehdot sauvan päissä saattavat olla erilaisia kuin kaavat (3.1) ja (3.2) olettavat. Kriittisen momentin laskemiseksi onkin kirjallisuudessa esitetty useita erilaisia kaavoja, joissa huo-

mioidaan momenttipinta ja päiden tuenta. Eurokoodin uusin versio ei ota kantaa kriittisen momentin laskutapaan. Eurokoodin esistandardi SFS-ENV 1993-1-1 puolestaan antaa tähän kaavan (3.3), joka nähdään myös *Hitsatut profiilit* –käsikirjassa [2]. Kaava ottaa huomioon päiden tuennan vaikutuksen sauvan teholliseen pituuteen sekä muuttaman erilaisen kuormitustapauksen. Kuormitus voi olla tasaista koko palkin matkalla, pistekuorma palkin keskellä tai kaksi pistekuormaa neljännespisteissä palkin päistä. Kaava saa näin muodon [2]:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{(kL)^2} \left[ \sqrt{\left(\frac{k}{k_\omega}\right)^2 \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{(kL)^2 \cdot GI_t}{\pi^2 \cdot EI_z} + (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j)^2} - (C_2 \cdot z_g - C_3 \cdot z_j) \right] \quad (3.3)$$

missä

$C_1, C_2$  ja  $C_3$  kuormituksesta riippuvia vakioita

$k$  ja  $k_\omega$  teholliseen pituuteen liittyviä tekijöitä

$z_g$  ja  $z_j$  yhden akselin suhteen symmetriseen poikkileikkaukseen liittyviä koordinaatteja

Kun palkin poikkileikkaus on kaksoissymmetrinen ja lisäksi kuorma vaikuttaa poikkileikkauksen painopisteessä (myös vääntökeskiö sijaitsee tässä pisteessä), kaava yksinkertaistuu muotoon:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 \cdot EI_z}{(kL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_\omega}\right)^2 \cdot \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{(kL)^2 \cdot GI_t}{\pi^2 \cdot EI_z}} \quad (3.4)$$

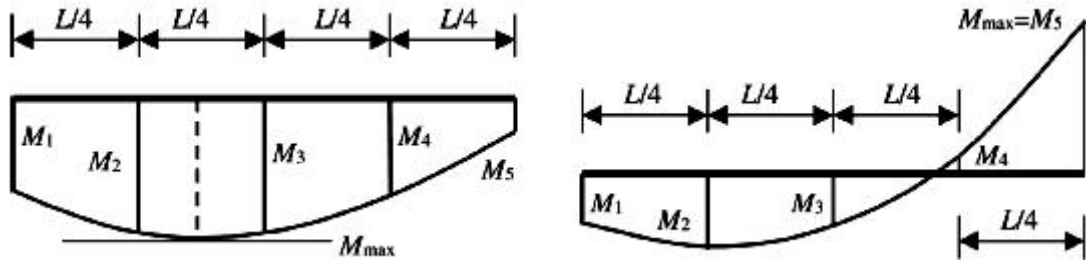
Kaava (3.4) esiintyy myös M. A. Sernan artikkelissa *Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members* [8]. Kyseisessä artikkelissa kehitetään tapa vakion  $C_1$  määrittämiseksi mielivaltaiselle momenttipinnalle numeerisin perustein. Yhdysvaltain ja Yhdistyneen kuningaskunnan standardeissa (AISC LRFD ja BS 5950-1) on vastaavat tavat joihin artikkelin menetelmää verrataan. Kehitetty menetelmä on selvästi standardien menetelmiä tarkempi. Päistään haarukkalaakeroidulle palkille  $k = k_\omega = 1,0$  ja vakio  $C_1$  lasketaan kaavasta [8]:



$$C_1 = \sqrt{\frac{35 \cdot M_{\max}^2}{M_{\max}^2 + 9 \cdot M_2^2 + 16 \cdot M_3^2 + 9 \cdot M_4^2}} \quad (3.5)$$

missä

$M_*$  taivutusmomenttien arvot merkkeineen (kuva 7)

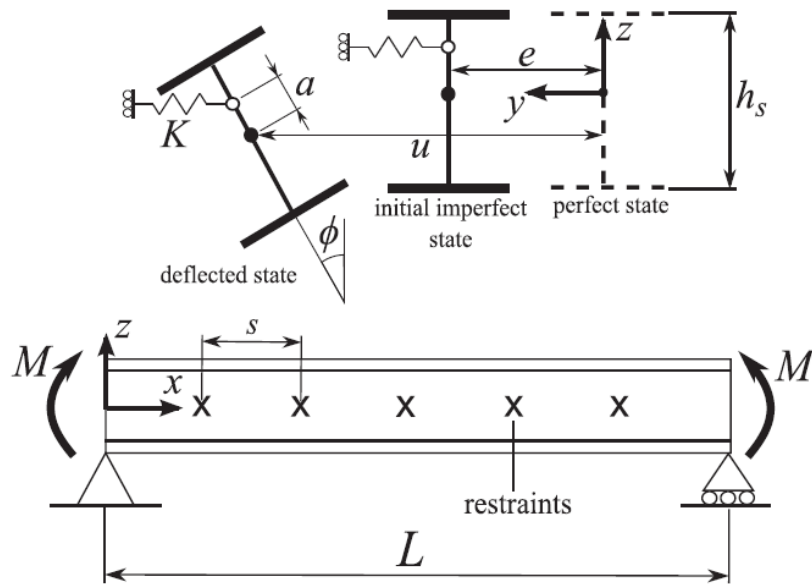


Kuva 7 Momenttien arvot kaavaan (3.5). [8]

Käytettäessä Sernan menetelmää momenteilla on oltava oikea etumerkki toisin kuin standardeissa esiintyvissä menetelmissä, joissa käytetään itseisarvoja. [8]

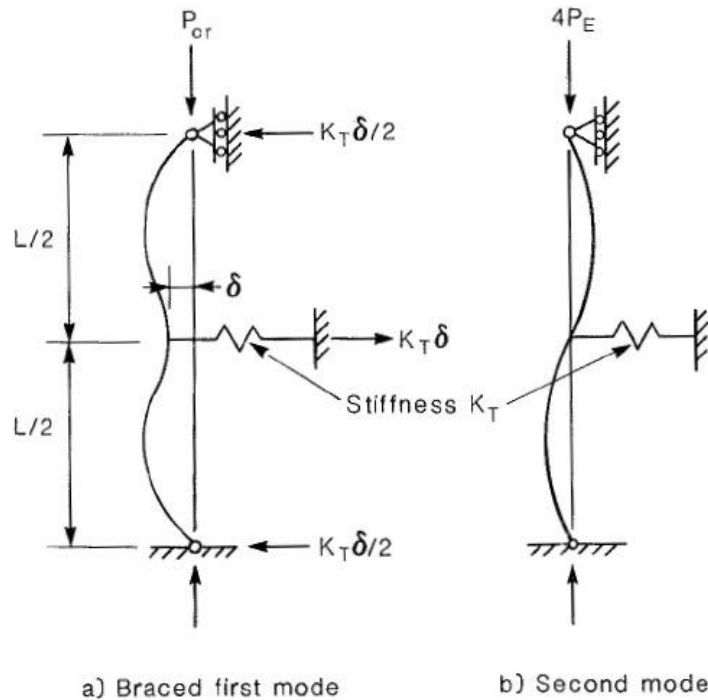
### 3.1.2 Sivusuunnassa pistemäisesti tuettu palkki

Jäykkien pistemäisten välitukien tapauksessa kiepahduspituus on tukien välinen etäisyys. Palkki voidaan näin jakaa segmentteihin, joille tehdään kiepahdustarkastelu erikseen. Tällöin päiden oletetaan olevan nivelellisesti tuettuja. Kuvassa 8 esitetään pistemäisesti tuetun palkin rakennemalli.



Kuva 8 Pistemäisesti tuetun palkin rakennemalli ja merkinnät. [7]

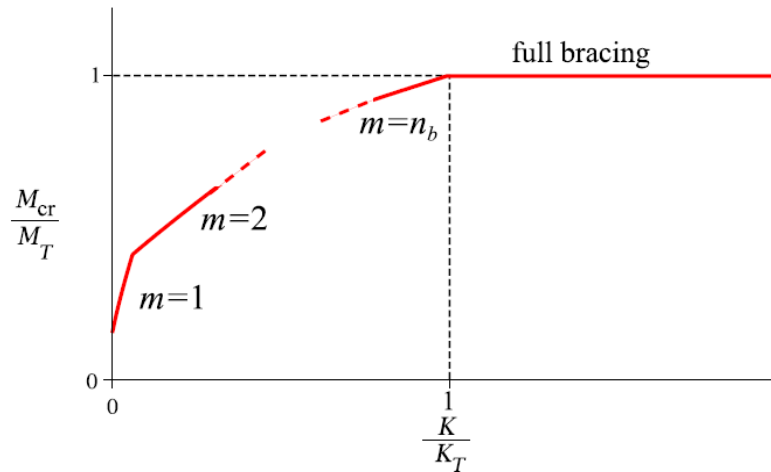
Palkin ollessa sivusuunnassa kimmoisasti tuettu, riippuu kiepahdusmuoto tukien jäykkyydestä. Tuen ollessa täysin jäykkä, palkin taipuma tuen kohdalla y-akselin suunnassa on nolla. Palkki kiepahtaa tällöin S-kirjaimen muotoisesti muodostaen yhden puoliallon sivuttaistukien vapaalle välille. Myös kimmoisten tukien tapauksessa on kriittinen muoto usein tämä. Jäykkyyden pienentyessä tarpeeksi, myös toisenlainen kiepahdusmuoto ja pienempi kriittinen kuorma ovat mahdollisia. Säännöllisin välein identtisillä tuilla tuetulla palkilla on kaksi vartenotettavaa kiepahdusmuotoa, jotka esitetään kuvassa 9. *Ensimmäinen muoto* on tukematonta palkkia vastaava, jossa sivusuuntainen taipuma pysyy nollana ainoastaan palkin päissä, joiden välille muodostuu yksi puolialto. *Toinen muoto* on täysin jäykästi tuettua palkkia vastaava (S-muoto), jolloin taipuma tukien kohdalla on nolla ja yhdelle tukivälille muodostuu puolialto. Kahden vierekkäisen tukivälin matkalle muodostuu yksi täysi aalto. [7]



Kuva 9 Sivusuunnassa tuetun palkin kiepahdusmuodot. [6]

Tukien kiinnityskohdalla on myös merkitystä palkin käyttäytymiseen. Kun tuet on kiinnitetty puristettuun laippaan, vastaa tilanne tuettua pilaria ylälaipan osalta. Ratkaisu on tällöin varmallalla puolella verrattuna pilarin nurjahdukseen, sillä uuman ja alalaipan vaikutus jätetään huomiotta. Sen sijaan lähelle vääntökeskiötä kiinnitetty tuet antavat epävarmallalla puolella olevan ratkaisun. [7]

Kuten edellä on käsitelty, tukematon palkki kiepahtaa ensimmäisen muodon mukaisesti yhteen puoliaaltoon. Kun palkilla on sivuttaistukia, joiden jäykkyyttä aletaan kasvattaa, saavutetaan jossain vaiheessa tilanne, jossa muoto muuttuu vastaamaan väliltä täysin jäykästi tuettua palkkia (toinen muoto). Tämän jälkeen tukien jäykkyyden kasvattaminen ei enää vaikuta kiepahdusmuotoon tai kriittiseen momenttiin. Saavutettua jäykkyyttä kutsutaan tuen kynnysjäykkyydeksi  $K_T$  ja vastaavaa kriittistä momenttia kynnysmomentiksi  $M_T$ . Kuvassa 10 on kuvattu tuen jäykkyyden vaikutusta kriittiseen momenttiin. Kuvasta ilmenee myös, että tukien lukumäärän  $m$  kasvaessa jäykkyyden merkitys pienenee.



Kuva 10 Sivuttaistukien vaikutus kriittiseen momenttiin [7]

Suunnittelussa on syytä pyrkiä tukijärjestelmään, joka täyttää täyden tuennan vaatimukset. Standardeissa annetaan hyvin niukasti tarkkoja vaatimuksia tukien jäykkyydelle. Koska klassinen lähestymistapa kiepahdukseen olettaa taipuman nollassi ennen kriittistä tilannetta, mitoitusvaatimukset perustuvat usein kestävyteen jäykkyyden sijaan. Tämän vaatimuksen määrittää suurin puristusvoima palkissa eli tämän työn puitteissa ylälaipan normaalivoima. Brittiläisissä (BS), amerikkalaisissa (AISC) ja eurooppalaisissa (EC) standardeissa luku vaihtelee 1-2,5% palkin puristusvoimasta riippuen tukien määrästä ja jaottelusta. Tutkimuksissa on havaittu, että varsinkin ylälaippaan kiinnitetuille tuille 1% on riittävä, ja tällaiselle rakenteelle voidaan olettaa myös riittävä jäykkyys. [7] [6]

AISC on antanut vähimmäisjäykkyydelle myös kaavan ylälaippaan kiinnitetyn tuen osalta [7]:

$$K = \frac{1}{0,75} \frac{4M}{L_u \cdot h_s} \quad (3.6)$$

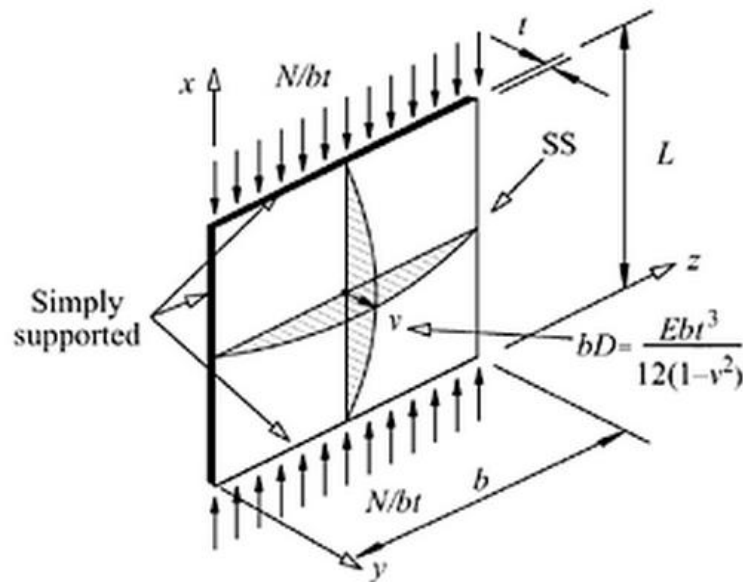
missä

$L_u$	tukiväli
$h_s$	tuetun palkin laippojen keskiöetäisyys
$M$	suurin momentti palkissa

Kaavasta ilmenee, että tukivälin  $L_u$  pienentyessä, jäykkyysvaatimus kasvaa. Intuitiivisesti tämä on selvää, sillä tiheämmin tuettu palkki voi kehittää paljon suuremman puristusvoiman ylälaippaan ennen kuin kiepahdus tapahtuu. Tässä työssä vaatimuksina sivuttaistuille käytetään kestävyuden osalta 2% laipan puristusvoimasta ja jäykkyyden osalta kaavaa (3.6).

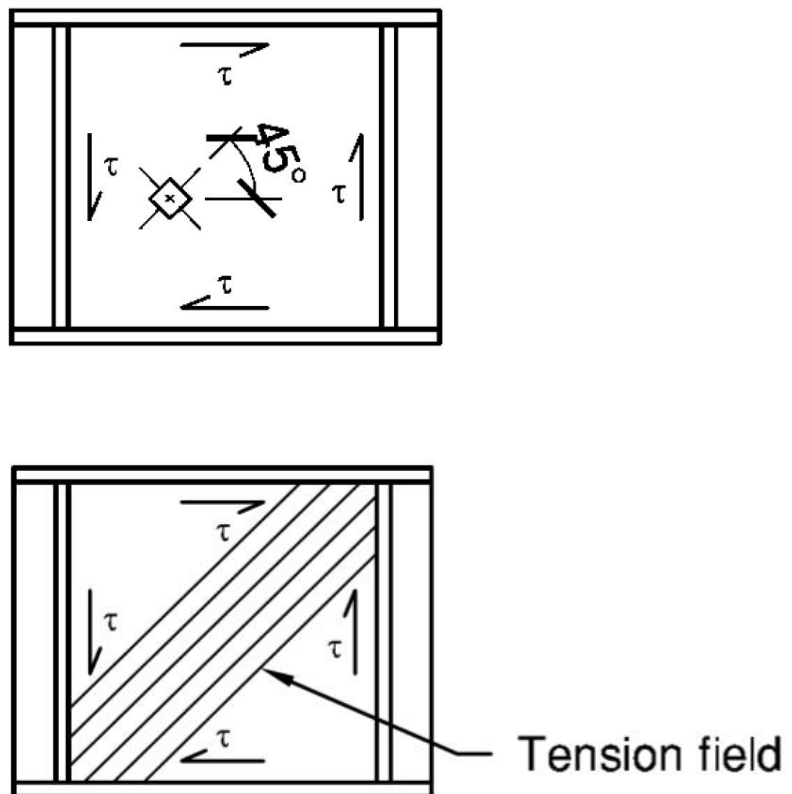
### 3.2 Uuman lommahdus

Korkeiden teräspalkkien uumat ovat hyvin ohuita verrattuna muihin dimensioihin. Ohuet levyrakenteet ovat alttiita menettämään stabiiliutensa lommahtamalla kuvan 11 mukaisesti. Nurjahduksen tapaan lommahduksessa keskeisiä tekijöitä ovat puristusjännitykset ja niitä vastaan kohtisuorat siirtymät. Uumaan syntyy puristusjännityksiä monesta eri syystä. Aksiaalinen kuorma aiheuttaa tasaista puristusta koko uumaan. Taivutusmomentti saa aikaan puristusta uumaan neutraaliakselin puristuspuolella. Pistekuormista syntyy paikallisesti suuria puristusjännityksiä. Suunnittelun kannalta olennaisin lommahduksen aiheuttaja on kuitenkin pystykuormasta syntyvä leikkausvoima, joka aiheuttaa mielenkiintoisen jännityskentän levyपालkin uumaan. Leikkausvoimat palkeissa ovat suuria sekä syntyvän ristikkoanalogian puristussauvat hyvin hoikkia.



Kuva 11 Reunoiltaan vapaasti tuetun puristetun levyn lommahdus. [4]

Levyn leikkauslommahdus eroaa pilarin nurjahduksesta ja palkin kiepahduksesta merkittävästi. Nurjahdus ja kiepahdus ovat yhdessä tasossa tapahtuvia ilmiöitä. Kiepahdus voidaan olettaa yhden tason ilmiöksi, sillä se vastaa ylälaipan nurjahdusta eikä pääjäyhyys suunnan taipumaa huomioida kiepahdukselle alttiissa palkeissa, kuten edellä on käsitelty. Levyt ovat kaksiulotteisia rakenteita ja lommahdus tapahtuu kahdessa tasossa. Tämä tekee analyysistä vaikeampaa. Kuvassa 12 on esitetty leikkausvoiman kuormittaman palkin jäykisteiden välinen levykenttä. Leikkausvoima pyrkii siirtämään levykentän vasenta reunaa alaspäin ja oikeaa reunaa ylöspäin. Tällöin suorakaiteen muotoinen levy alkaa muuttua suunnikkaaksi, jonka vasen alakulma ja oikea yläkulma etääntyvät toisistaan jäljelle jäävien kulmien lähentyessä. Näin levyyn syntyy kuvan 12 mukaisesti toisiaan vastaan kohtisuoria veto- ja puristusjännityksiä. Puristusjännitysten kasvaessa tarpeeksi levy lommahtaa saaden aikaan siirtymää levyn tasoa vastaan kohtisuorassa suunnassa. Tältä osin ilmiö on nurjahduksen tapainen: siirtymien johdosta epäkeskisyys kasvaa, mikä kasvattaa siirtymiä edelleen. [3]



Kuva 12 Leikkausvoimasta syntyvä vetojännityskenttä uumassa. [1]

Kimmenteorian mukainen kriittinen leikkausjännitys lommahduksen suhteen lasketaan kaavasta [3]:

$$\tau_{cr} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (3.7)$$

missä

$k$	lommahduskerroin
$t$	levyn paksuus
$b$	levykentän korkeus

Lommahduskerroin  $k$  riippuu sivujen pituuksien suhteesta seuraavan kaavan mukaisesti [3]:

$$\text{kun } a/b \geq 1 \quad k = 5,35 + 4 \cdot \left( \frac{b}{a} \right)^2 \quad (3.8)$$

$$\text{kun } a/b < 1 \quad k = 4 + 5,35 \cdot \left( \frac{b}{a} \right)^2 \quad (3.9)$$

missä

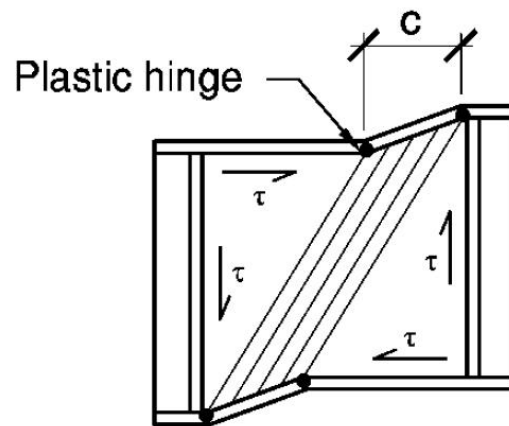
$a$	levykentän leveys
-----	-------------------

Lommahduksen jälkeen puristuslinjat eivät kykene vastaanottamaan enää suurempia jännityksiä. Sen sijaan vetodiagonaalilla jännitykset pystyvät vielä kasvamaan aina myötölujuuden saavuttamiseen asti. Tästä syystä palkilla on edelleen kyky kantaa kuormitusta, vaikka uuma on lommahtanut. [1]

### 3.2.1 Ylikriittinen tila

Toisin kuin yksiulotteisilla rakenteilla, levyjen kuormankantokyky ei rajoitu kriittiseen kuormaan. Vetokentän ansiosta levy pystyy vastaanottamaan suuriakin määriä lisäkuormaa vielä lommahduksen jälkeen. Tätä kutsutaan levyn *ylikriittiseksi tilaksi*. Kriittisen kuorman ja murtokuorman ero riippuu monista tekijöistä kuten geometriasta, reunaehtoista, kuormituksesta ja myötölujuudesta. Vetojännitysten on saatava riittävä tuki levykentän reunoista. Tukijärjestelmä muistuttaa Prattin ristikköä muodostuen laipoista

sekä usein poikittaisista jäykisteistä. Veto- ja puristuslinjat ovat aluksi  $45^\circ$  kulmassa leikkausvoiman suuntaan nähden, mutta ylikriittisessä tilassa vetojännitysten suunta kääntyy vaakatasoa kohden. Lopulta jännitykset kasvavat niin suuriksi, että laippojen taivutuskestävyys ylittyy ja muodostuu plastinen nivel. Tällöin palkki deformoituu kuvan 13 mukaisesti ja saavuttaa murtotilan. [1] [3]

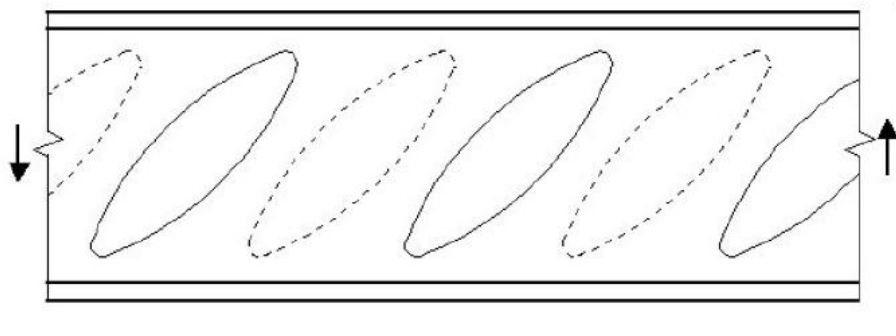


Kuva 13 Palkin deformoituminen plastisen nivelen muodostuessa. [1]

### 3.2.1 Pystyjäykisteiden vaikutus

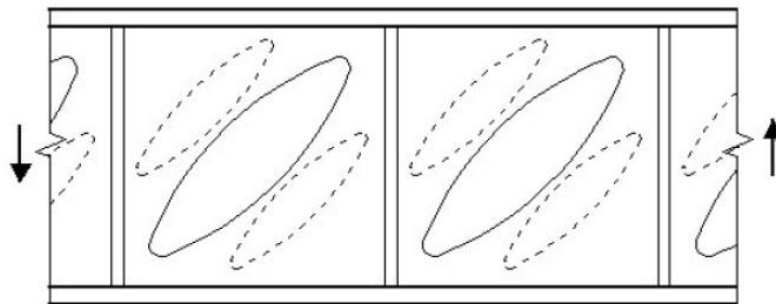
Teräsrakenteet koostuvat ohuista osista, joilla on jäykkyyttä pääasiassa levyn tason suunnassa. Tästä johtuen rakenteita on usein jäykistettävä erillisillä jäykistelevyillä sellaisissa kohdissa, joissa levyyn syntyy puristusjännityksiä tai tason suunnasta eroavia jännityksiä. Erisuuntaiset levyt jäykistävät toisiaan, joten jäykisteitä tarvitaan lähinnä sellaisissa paikoissa, joissa etäisyys viereisiin levyosiin on suuri. Jäykisteillä estetään myös esimerkiksi uuman ja laipan kiertymistä toistensa suhteen hitsilinjan ympäri. Tätä kutsutaan poikkileikkauksen jäykistämiseksi. Kuvissa 14 ja 15 on kuvattu pystyjäykisteiden vaikutusta uuman leikkauslommahdukseen.





Kuva 14 Jäykistämätön uuma. [9]

Jäykisteiden rooli uuman leikkausmitoituksessa on paitsi nostaa lommahduskestävyyttä, myös vastaanottaa puristusjännityksiä ylikriittisessä tilassa, jolloin palkin kestävyys ei rajoitu lommahdukseen. Tarvittava jäykisteväli määräytyy leikkausvoiman ja poikkileikkauksen perusteella. Jäykisteiden tiheämpi sijoittelu kasvattaa lommahduskuormaa, sillä uuman puristusdiagonaali lyhenee, ja täten sen hoikkuus pienenee. [5]



Kuva 15 Jäykistetty uuma. [9]

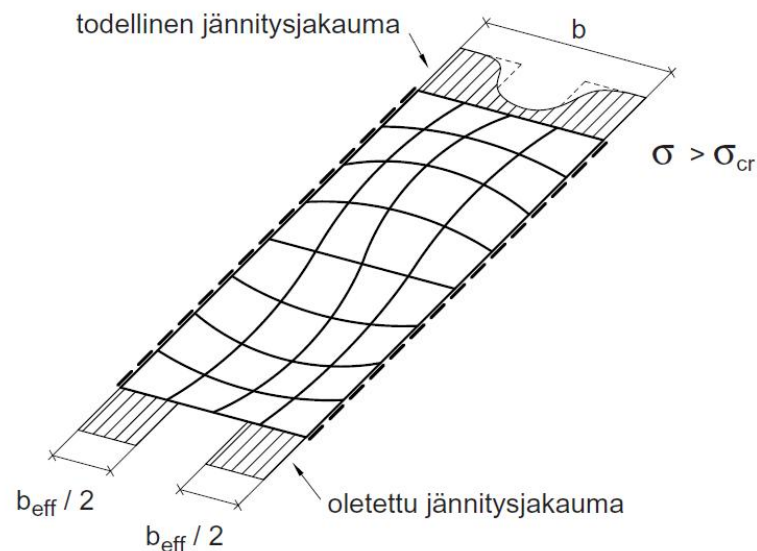
Jos palkki on hyvin korkea, voidaan käyttää lisäksi pitkittäisiä jäykisteitä. Pitkittäisjäykisteet tukevat poikkittäisjäykisteitä sekä nostavat poikkileikkauksen taivutuskestävyyttä, sillä se kykynee vastaanottamaan enemmän puristusta lommahduksen rajoittamisen ansiosta. Eurokoodissa laskenta perustuu tehollisen poikkileikkauksen määrittämiseen, mihin perehdytään seuraavassa luvussa 4.

## 4 Mitoitus eurokoodin mukaan

Tässä luvussa käydään läpi eurokoodin mukainen mitoituskäytäntö ohutuumapalkille, jota kuormittaa taivutusmomentti ja leikkausvoima. Ensimmäisessä alaluvussa esitetään tehollisten poikkileikkaussuureiden laskenta. Seuraavissa alaluvuissa käsitellään palkin mitoitus edellä mainituille voimasuureille huomioiden myös epästabiiliusilmiöt.

### 4.1 Tehollinen poikkileikkaus

Hoikista osista koostuvilla profiileilla osa poikkileikkauksesta ei voi saavuttaa puristetuilla alueilla samaa jännitystilaa kuin muut osat, sillä paikalliset lommahdukset rajoittavat jännityksen kasvua. Eurokoodissa tällaiset poikkileikkaukset kuuluvat luokkaan neljä. Alhaisempi maksimijännitys huomioidaan olettamalla osa poikkileikkauksesta jännityksettömäksi kestävyuden laskennassa (kuva 16). Kestävyuden määrittämistä varten onkin laskettava *tehollista poikkileikkausta* vastaavat poikkileikkaussuureet. Laskenta perustuu puristettujen taso-osien tehollisten leveyksien määrittämiseen, joka tehdään standardin EN 1993-1-5 [13] mukaan. [11]



Kuva 16 Todellinen ja oletettu jännitysjaakauma puristetussa levyssä. [2]

Kuten luvussa 2.3 todettiin, laipat on järkevää suunnitella aina korkeintaan luokkaan kolme kuuluviksi. Luokan neljä uuma sen sijaan sopii tarkoitukseensa hyvin. Tasaisesti

puristettu **laippa** täyttää ehdon, kun ulokkeen leveys-paksuussuhteelle (kuva 17) pätee [11]:

$$\frac{c}{t} \leq 14 \cdot \varepsilon \quad (4.1)$$

missä

$c$  laipan ulokkeen leveys hitsin reunasta mitattuna (kuva 17)

$t$  levyn paksuus

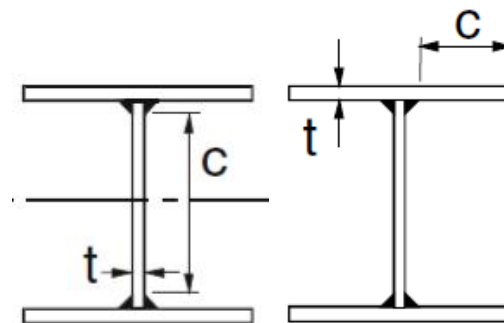
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235 \text{ MPa}}{f_y}}$$

Puhtaassa taivutuksessa oleva **uumma** kuuluu luokkaan neljä, kun se täyttää ehdon [11]:

$$\frac{c}{t} > 124 \cdot \varepsilon \quad (4.2)$$

missä

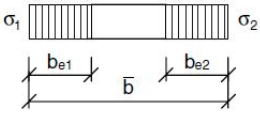
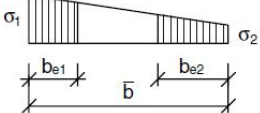
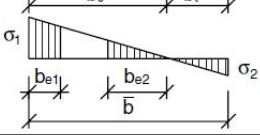
$c$  uuman korkeus hitsien reunoista mitattuna (kuva 17)



Kuva 17 Puristetun taso-osan leveys hitsatussa profiilissa poikkileikkausluokan määrittämisessä. [11]

Taulukossa 1 esitetään tehollisen leveyden määrittäminen jännitysjakauman perusteella. Taulukosta saadaan lommahduskertoimen  $k_\sigma$  arvo sekä tehollisten osien jakautuminen tehoton alueen eri puolin. Puhtaassa taivutuksessa olevalle uumalle kyseeseen tulee taulukon kolmas tapaus, sillä jännityssuhde  $\psi = -1$ , tällöin  $k_\sigma = 23,9$ .

Taulukko 1 Kahdelta reunalta tuettujen puristettujen taso-osien tehollinen leveys.[13]

Jännitysjakautuma (puristus on positiivinen)				Tehollinen <sup>p</sup> leveys $b_{\text{eff}}$		
				$\psi = 1:$ $b_{\text{eff}} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{\text{eff}} \quad b_{e2} = 0,5 b_{\text{eff}}$		
				$1 > \psi \geq 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5-\psi} b_{\text{eff}} \quad b_{e2} = b_{\text{eff}} - b_{e1}$		
				$\psi < 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1-\psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{\text{eff}} \quad b_{e2} = 0,6 b_{\text{eff}}$		
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Lommuhduskertoimen $k_{\sigma}$	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Muunnettu hoikkuus  $\bar{\lambda}_p$  lasketaan kaavasta [13]:

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\bar{b}/t}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma}}} \quad (4.3)$$

missä

$$\bar{b} = b_w = c_w \quad \text{kun kyseessä on uuma}$$

$$t = t_w$$

Tehollisen leveyden laskentaan tarvitaan vielä pienennystekijä  $\rho$ , joka saadaan muunnetun hoikkuuden avulla seuraavasti [13]:

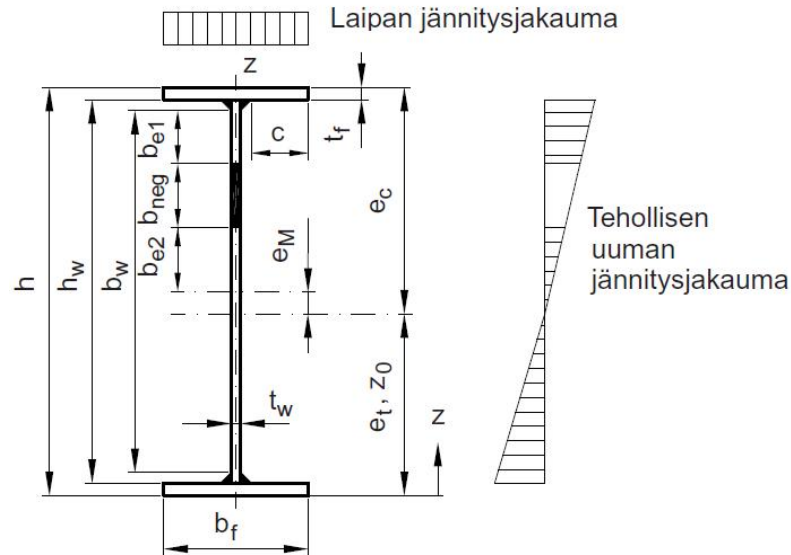
$$\text{kun } \bar{\lambda}_p \leq 0,673 \quad \rho = 1,0 \quad (4.4)$$

$$\text{kun } \bar{\lambda}_p > 0,673 \quad \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,055 \cdot (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1,0 \quad (4.5)$$

Ohutuumpalkkien uumat ovat nimensä mukaisesti hoikkia, joten kyseeseen tulee yleensä alempi kaava. Pienennystekijä  $\rho$  ilmoittaa tehollisen osan osuuden koko puristetun taso-osan leveydestä. Teholliset leveydet jakautuvat huomiotta jätettävän alueen molemmin puolin taulukon 1 mukaisesti kertoimin 0,4 ja 0,6:

$$b_{e1} = 0,4 \cdot b_{eff} = 0,4 \cdot \rho \cdot b_c = 0,4 \cdot \rho \cdot \bar{b} / (1 - \psi) \quad (4.6)$$

$$b_{e2} = 0,6 \cdot b_{eff} = 0,6 \cdot \rho \cdot b_c = 0,6 \cdot \rho \cdot \bar{b} / (1 - \psi) \quad (4.7)$$



Kuva 18 Tehollinen poikkileikkaus. [2]

Edellä on määritetty bruttopoikkileikkaukseen perustuva tehollinen poikkileikkaus. Taituuden tapauksessa tämä ei kuitenkaan riitä. Koska osa puristusvyöhykkeestä jätetään pois laskennasta, ei neutraaliakseli sijaitse enää uuman puolivälissä vaan siirtyy matkan  $e_M$  verran kohti vetovyöhykettä kuvan 18 mukaisesti. Neutraaliakselin siirtyminen aiheuttaa muutoksia jännitysjaakaumaan ja tehollinen poikkileikkaus on määritettävä iteratiivisesti. Akselin paikka seuraavalla laskentakierroksella saadaan määritettyä helposti tehollisen poikkileikkauksen pintakeskiöön. Poikkileikkaus on mielekästä jakaa neljään osaan, joista laipat muodostavat molemmat yhden osan ja uuma jakautuu kahteen osaan tehottoman alueen eri puolin. Pintakeskiön paikka:

$$z_0 = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i \cdot z_i}{A_{eff}} \quad (4.8)$$

missä

$A_i$  osan  $i$  pinta-ala

$z_i$  osan  $i$  etäisyys palkin reunasta

$A_{eff}$  tehollinen poikkileikkausala

Uusi jännityssuhde  $\psi$  voidaan nyt laskea kuvan 18 mukaisin merkinnöin:

$$\psi = -\frac{e_t - t_f - \sqrt{2} \cdot a}{e_c - t_f - \sqrt{2} \cdot a} \quad (4.9)$$

missä

$e_t$  vetopuolen korkeus  
 $e_c$  puristuspuolen korkeus  
 $a$  hitsin a-mitta

Nyt jännityssuhde  $\psi > -1$ , sillä neutraaliakseli siirtyy vetopuolta kohti. Uusi lommahduskerroin  $k_\sigma$  lasketaan taulukon 1 mukaisesti kaavasta:

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2 \quad (4.10)$$

Loput parametrit lasketaan kuten edellä. Iteraatiota jatketaan kunnes neutraaliakselin paikka ei enää merkittävästi muutu. Ratkaisu suppenee melko nopeasti eikä laskentakierroksia yleensä tarvita muutamaa enempää.

Kun neutraaliakselin paikka on selvillä, voidaan laskea muut teholliset poikkileikkaus-suureet. Tehollinen **jäyhyysmomentti** [2]:

$$I_{eff} = \sum I_i + \sum A_i \cdot z_i^2 - z_0^2 \cdot \sum A_i \quad (4.11)$$

Tehollinen **taivutusvastus** [2]:

$$W_{eff.c} = \frac{I_{eff}}{e_c} \quad (4.12)$$

$$W_{eff.t} = \frac{I_{eff}}{e_t} \quad (4.13)$$

$$W_{eff} = \min [ W_{eff.c}, W_{eff.t} ] \quad (4.14)$$

missä

$W_{eff.c}$  tehollisen poikkileikkauksen taivutusvastus puristetun puolen suhteen

$W_{eff.t}$  tehollisen poikkileikkauksen taivutusvastus vedetyn puolen suhteen

## 4.2 Taivutusmomentti

Taivutusmomentin kuormittaman poikkileikkauksen on toteutettava seuraava mitoitusehto [11]:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c.Rd}} \leq 1,0 \quad (4.15)$$

missä

$M_{Ed}$  taivutusmomentin mitoitusarvo murtorajatilassa

$M_{c.Rd}$  poikkileikkauksen taivutuskestävyyden mitoitusarvo

Poikkileikkausluokassa 4 taivutuskestävyys lasketaan kaavalla [11]:

$$M_{c.Rd} = \frac{W_{eff.min} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (4.16)$$

missä

$W_{eff.min}$  edellä määritetty  $W_{eff}$ , jossa on jo huomioitu sekä puristus- että vetopuoli

$\gamma_{M0} = 1,0$  myötölujuuden osavarmuusluku

## Kiepahduskestävyys

Tämän työn kannalta poikkileikkauksen kestävyyttä oleellisempi on kuitenkin kokosauvan *kiepahduskestävyys*, joka määritetään pienentämällä poikkileikkauksen kestävyyttä kertoimella  $\chi_{LT}$ . Osavarmuuslukuna käytetään  $\gamma_{M0}$  sijasta stabiiliuden osavarmuuslukua  $\gamma_{M1}$ , jonka suositusarvo on 1,0. Myös kansallinen liite käyttää tätä arvoa [12]. Kaavana asia voidaan ilmaista seuraavasti [11]:

$$M_{b.Rd} = \chi_{LT} \frac{W_{eff.y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.17)$$

missä

$\chi_{LT}$	kiepahduskestävyyden pienennystekijä
$W_{eff.y}$	taivutusvastus kuormituksen suunnassa (tässä tapauksessa y-akselin suhteen)
$\gamma_{M1} = 1,0$	stabiiliuden osavarmuusluku

Mitoitusehto saa nyt muodon [11]:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b.Rd}} \leq 1,0 \quad (4.18)$$

Kiepahduskestävyyden pienennystekijän  $\chi_{LT}$  laskemiseksi on ensin määritettävä joukko muita muuttujia.

Muunnettu hoikkuus kiepahdukselle  $\bar{\lambda}_{LT}$  [11]:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{eff.y} \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (4.19)$$

missä

$M_{cr}$	on luvussa 3.1.1 määritetty kimmoteorian mukainen kriittinen momentti, jolle on useita kaavoja. Lasketaan bruttopoikkileikkauksen mukaan kaikilla poikkileikkausluokilla. Huomioi kuormituksen, momenttipinnan muodon sekä reunaehdot.
----------	--

Epätarkkuustekijä  $\alpha_{LT}$  ottaa huomioon epätarkkuudet valmistuksessa, jäännösjäännitykset sekä muut epälineaariset tekijät [8].  $\alpha_{LT}$  valitaan kiepahduskäyrän mukaan. Korkeille hitsatuille profiileille käytetään kiepahduskäyrää d, jolloin  $\alpha_{LT}$  on 0,76. Pienennystekijän laskemiseksi tarvitaan vielä tekijä  $\Phi_{LT}$  [11]:

$$\Phi_{LT} = 0,5 [1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (4.20)$$



Kiepahduskestävyyden pienennystekijä  $\chi_{LT}$  voidaan nyt laskea kaavalla [11]:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \leq 1,0 \quad (4.21)$$

### 4.3 Leikkausvoima

Poikkileikkauksen leikkauskestävyys voidaan määrittää kaikissa poikkileikkausluokissa plastisuusteorian mukaan [2]. Mitoitusehto leikkausvoiman kuormittamalle poikkileikkaukselle, kun käytetään plastisuusteorian mukaista leikkauskestävyyttä [11]:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl.Rd}} \leq 1,0 \quad (4.22)$$

missä

$V_{Ed}$  leikkausvoiman mitoitusarvo murtorajatilassa

$V_{pl.Rd}$  plastisen leikkauskestävyyden mitoitusarvo

$$V_{pl.Rd} = \frac{A_V \cdot f_y / \sqrt{3}}{\gamma_{M0}} \quad (4.23)$$

missä

$A_V$  leikkauspinta-ala

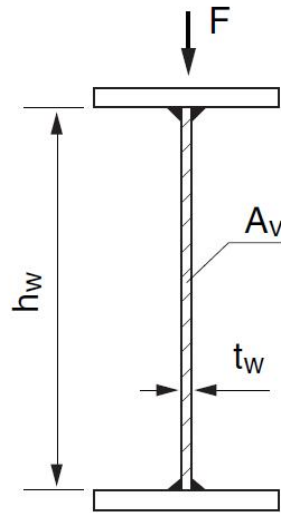
Hitsatuilla I-profiileilla leikkauspinta-alana käytetään koko uuman pinta-alaa (kuva 19), kun kuormitus on uuman suuntainen. Jos myötölujittuminen huomioidaan, voidaan leikkauspinta-alaa vielä kasvattaa kertoimella  $\eta$ . Pinta-alan kaava [11]:

$$A_V = \eta \cdot h_w \cdot t_w \quad (4.24)$$

missä

$\eta = 1,20$  kun myötölujittuminen otetaan huomioon. Voidaan käyttää teräslujuuksilla S235-S460 ja korkeintaan 400 °C lämpötiloilla.

$\eta = 1,0$  kun myötölujuuttumista ei oteta huomioon. Varmalla puolella oleva arvo, jota voidaan käyttää kaikissa tilanteissa. [2]



Kuormitus uuman suuntainen

Kuva 19 Leikkauspinta-ala. [2]

## Leikkauslommahduskestävyys

Ohutuumapalkkien hoikat uumat ovat alttiita leikkauslommahdukselle, kuten luvussa 3.2 todetaan. Palkin kestävyys leikkauslommahdusta vastaan on tarkistettava, jos uuma täyttää seuraavat ehdot [13]:

Jäykistämätön uuma

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72\varepsilon}{\eta} \quad (4.25)$$

Uumassa poikittaiset jäykisteet

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31\varepsilon}{\eta} \sqrt{k_\tau} \quad (4.26)$$

missä

$k_\tau$  leikkauslommahduskerroin

Tässä työssä tarkastellaan palkkia, jossa on täysin jäykät poikittaisjäykisteet tuilla sekä pistekuormien kohdalla. Lisäksi uuman oletetaan kantavan leikkausvoima kokonaisuudessaan, jolloin laippojen osuus leikkauslommahduskestävyyteen jätetään huomiotta. Mitoitusehto on täten muotoa:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{bw.Rd}} \leq 1,0 \quad (4.27)$$

missä leikkauskestävyys  $V_{bw.Rd}$  lasketaan kaavasta [13] s. 23:

$$V_{bw.Rd} = \chi_w \frac{f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} \quad (4.28)$$

Kaava on hyvin samanlainen kuin kiepahduskestävyyden laskukaava (4.17). Poikkileikkauksen kestävyttä vähennetään pienennystekijällä  $\chi_w$  ja osavarmuuslukuna käytetään stabiiliuden osavarmuuslukua  $\gamma_{M1}$ . Pienennystekijän laskemista varten on määriteltävä leikkauslommahduskerroin  $k_\tau$  ja muunnettu hoikkuus  $\bar{\lambda}_w$ . Leikkauslommahduskerroin  $k_\tau$  lasketaan standardin EN 1993-1-5 liitteen A mukaisesti. Kun pitkittäisjäykisteitä ei ole, kaavat saavat muodon [13]:

$$\text{kun } a/h_w \geq 1 \quad k_\tau = 5,34 + 4,00 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (4.29)$$

$$\text{kun } a/h_w < 1 \quad k_\tau = 4,00 + 5,34 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (4.30)$$

missä

$a$  on levykentän sisämitta, toisin sanoen jäykisteiden väliin jäävä matka. Voidaan käyttää myös keskilinjojen etäisyyttä, jolloin ratkaisu on varmalla puolella.

Muunnettu hoikkuus jäykistetyille uumalle [13]:

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w/t_w}{37,4\varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}} \quad (4.31)$$

Pienennystekijä  $\chi_w$  saadaan nyt laskettua taulukon 2 mukaan, minkä jälkeen palkin leikkaukslommahduskestävyys on määritelty.

*Taulukko 2 Pienennystekijän  $\chi_w$  arvot muunnetusta hoikkeudesta ja päätylevyjen jäykkyydestä riippuen. [13]*

	Jäykkä päätyjäykiste	Ei-jäykkä päätyjäykiste
$\bar{\lambda}_w < 0,83/\eta$	$\eta$	$\eta$
$0,83/\eta \leq \bar{\lambda}_w < 1,08$	$0,83/\bar{\lambda}_w$	$0,83/\bar{\lambda}_w$
$\bar{\lambda}_w \geq 1,08$	$1,37/(0,7 + \bar{\lambda}_w)$	$0,83/\bar{\lambda}_w$

## 5 Rakenteiden luotettavuus

Luvun tarkoituksena on esitellä rakenteiden luotettavuusteorian perusteet tämän työn kannalta tarpeellisessa laajuudessa. Ensin käydään läpi teorian lähtökohdat ja tieteellinen pohja. Sen jälkeen esitellään laskennassa tarvittavat menetelmät ja lopuksi luotettavuuden tavoitearvot.

### 5.1 Luotettavuusteorian lähtökohdat

Rakenteiden mitoitus perinteisin menetelmin perustuu riittäviin varmuuslukuihin sekä oletuksiin, joiden ajatellaan olevan varmalla puolella. Voidaan puhua niin kutsutusta pahimman mahdollisen tapauksen menettelystä. Tämä tarkoittaa sitä, että oletuksiin perustuva pienin mahdollinen rakenteen kestävyys ylittää suurimman mahdollisen rasituksen – sopivalla marginaalilla. Tässä lähestymistavassa subjektiiviset oletukset sekä kokemukset vastaavista tapauksista nousevat kuitenkin suureen rooliin. Varsinkin uudellisissa tilanteissa tämä on ongelma, sillä kokemukset puuttuvat. Luotettavuusteoria sen sijaan ottaa huomioon epävarmuuden, jota on mahdotonta välttää. Mitoitus perustuu riittävän varmuustason saavuttamiseen, jota voidaan arvioida todennäköisyyslaskennan menetelmin. [15]

Rakenteen luotettavuus voidaan määritellä esimerkiksi seuraavalla tavalla: Rakenteen luotettavuus on todennäköisyys sille, että se säilyttää käyttökelpoisuutensa kestämillä siihen kohdistuneet rasitukset käyttöikänsä aikana [16].

Tällöin luotettavuutta on luontevaa merkitä tunnuksella  $P_r$  ( $0 < P_r < 1$ ). Kaikilla rakenteilla on jonkin suuruinen luotettavuus. On harhaanjohtavaa todeta rakenteen joko olevan luotettava tai ei. Tällaiseen käyttöön sopii paremmin termi ”turvallinen”. Luotettavuuden tasoa voidaan erikseen arvioida, mutta lähtökohtaisesti vaurioitumisen mahdollisuus on aina olemassa. Tämä mahdollisuus on suunnittelussa hyväksyttävä, mutta sitä on pyrittävä hallitsemaan. Laskelmissa esiintyy epätarkkuuksia, jotka ovat peräisin lukuista eri lähteistä. Epätarkkuuksia on mahdotonta välttää, sillä monet rakenteiden mitoitukseen liittyvät tekijät ovat luonteeltaan satunnaisia tai sisältävät tilastollista epä-

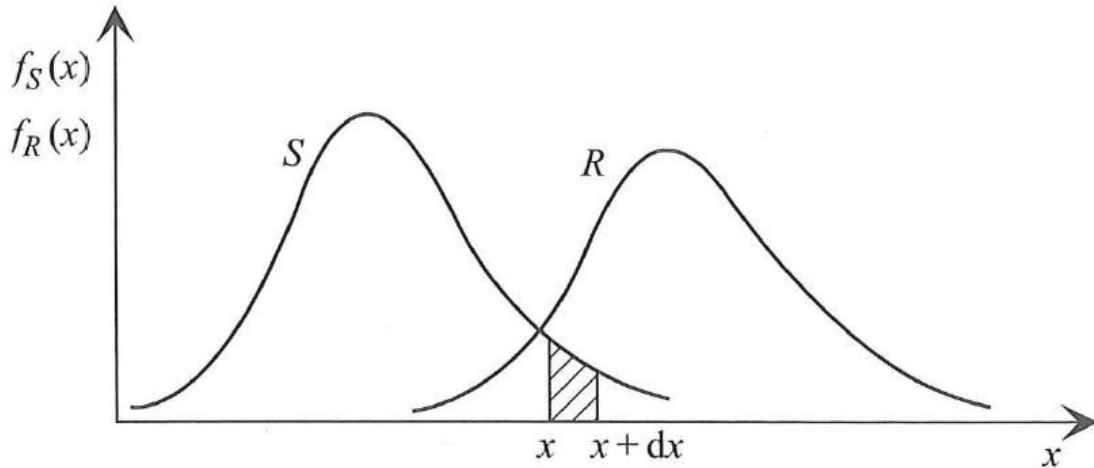
tarkkuutta, inhimillisiä virheitä unohtamatta. Lisäksi rakennemalli on järkevää pitää mahdollisimman yksinkertaisena ja kevyenä resurssien optimoimiseksi, jolloin malliin syntyy epätarkkuuksia. Täydellisesti todellisuutta kuvaavaa mallia olisi mahdotonta laatia. Luotettavuusteoria tarjoaa keinot epätarkkuuksien mallintamiseen, jolloin rakenteen varmuus voidaan määrittää. Tällöin on mahdollista ottaa mitoituksessa harkittuja riskejä. Mitä tarkemmin riskit tunnetaan, sen optimaalisemmaksi rakenne voidaan suunnitella. Lisäksi luotettavuusteoria helpottaa eri murtotapojen analysointia ja rakenteen huoltoimenpiteiden suunnittelua. [17] [18]

Luotettavuuslaskenta perustuu todennäköisyyslaskennan ja mekaniikan yhdistämiseen käyttämällä rakennemallissa tilastollisia muuttujia vakioarvojen sijaan. Muuttujia voivat olla niin materiaaliominaisuudet, geometria ja reunaehdot kuin kuormituskin. Luotettavuusteorian tavoitteena on määrittellä muuttujien avulla jakaumat kestävyydelle ja rasitukselle, minkä jälkeen lasketaan vaurioitumistapausten todennäköisyydet. Suunnittelijan vastuulla on tunnistaa varteenotettavat murtotavat, sillä luotettavuusanalyysi ei sitä tee. Tarkastelu on tehtävä jokaiselle murtotavalle erikseen. Inhimilliset virheet jaetaan karkeisiin ja satunnaisiin virheisiin. Näistä karkeita virheitä ei oteta luotettavuuslaskennassa huomioon. [17] [20]

## 5.2 Perusyhtälö

Rakenteen kantavuus on yleisellä tasolla riippuvainen ainoastaan kahdesta tekijästä: kestävydestä  $R$  ja rasituksesta  $S$ . Mikäli rasitus ylittää kestävyden, rakenne murtuu. Murtuminen voidaan tässä tapauksessa käsittää kattamaan myös käyttökelpoisuuden menettäminen. Toisin sanoen rakenne ei enää täytä sille asetettuja vaatimuksia. [17]

$R$  ja  $S$  voivat molemmat sisältää parametrejä, jotka ovat satunnaismuuttujia. Tällöin myös  $R$  ja  $S$  ovat satunnaismuuttujia. Kuvassa 20 on esitetty eräänlaiset jakaumat kestävyydelle ja rasitukselle. Jakaumat riippuvat niihin sisältyvien muuttujien ominaisuuksista. [17]



Kuva 20 Rasituksen  $S$  ja kestävyyden  $R$  jakaumat. [17]

$R$  ja  $S$  ovat siis satunnaisvektoreita  $\{R\}$  ja  $\{S\}$ , joiden alkiot ovat jakaumista poimittuja arvoja  $\{R\}_n$  ja  $\{S\}_n$ . Kestävyyden ja rasituksen erotusta kutsutaan *varmuusmarginaaliksi*  $Z$ :

$$Z = R - S \quad (5.1)$$

missä

- $R$  rakenteen kestävyys
- $S$  rakenteeseen kohdistuva rasitus

Varmuusmarginaalin avulla voidaan edelleen määrittää *rajatilafunktio*  $G$ :

$$G(\{X\}) = Z \quad (5.2)$$

missä

- $\{X\}$  satunnaisvektori, joka on vektoreiden  $\{R\}$  ja  $\{S\}$  erotus.

Satunnaisvektori  $X$  voidaan määrittää ilman tilastollista dataa esimerkiksi Monte Carlo simulaation avulla. Kun otoskoko on  $M$ , saadaan kestävyydelle ja rasitukselle lukumäärältään  $M$  erilaista arvoa. Vastaavasti myös  $X$  sisältää  $M$  määrän alkioita:

$$\{X\} = \{R\} - \{S\} = \begin{Bmatrix} R_1 - S_1 \\ R_2 - S_2 \\ \vdots \\ R_M - S_M \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

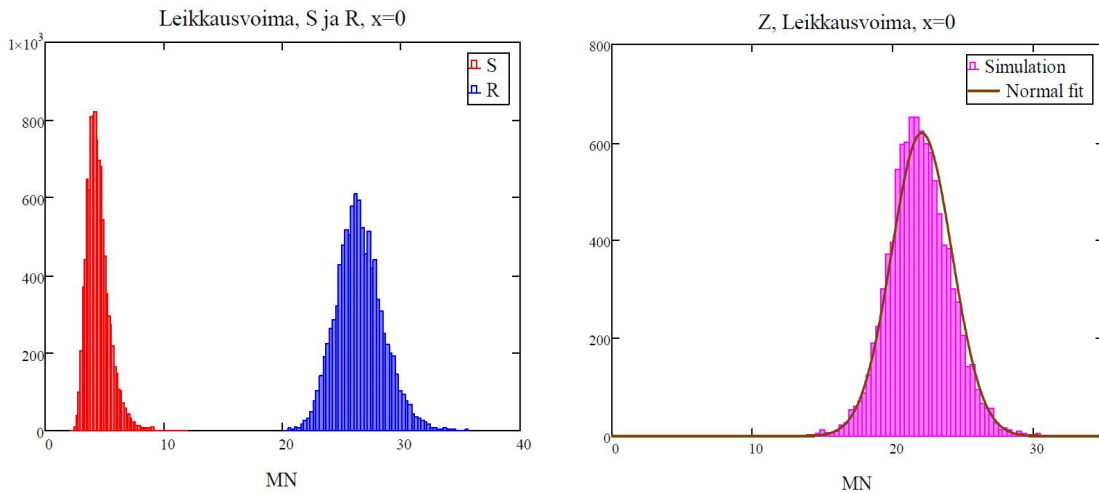
missä

$R_1, S_1 \dots R_M, S_M$

$R$ :n ja  $S$ :n jakaumista poimittuja satunnaisarvoja

Simulaation tulokset voidaan esittää histogrammeina (kuva 21). Mitä suurempi on otoskoko  $M$ , sen paremmin histogrammit kuvaavat jakaumaa. Koska rakennetekniikassa keskitytään usein tutkimaan murtotilaa, tässäkin tapauksessa kiinnostavia ovat tilanteet, joissa  $S > R$  ja erityisesti *rajatilapinta*  $S = R$ :

$$G(\{X\}) = Z = 0 \quad (5.4)$$



Kuva 21 Histogrammit rasitukselle  $S$  ja kestävyydelle  $R$  sekä varmuusmarginaalille  $Z$ .

Jotta jakaumat kestävyydelle ja rasitukselle voidaan määrittää, on ensin määritettävä niihin sisältyvien satunnaismuuttujien jakaumat, mitä käsitellään seuraavassa luvussa 5.3. Jakaumien määrittämisen jälkeen vaurioitumistodennäköisyyden sekä muiden luotettavuuden mittareiden hyödyntäminen tulee mahdolliseksi. Näitä mittareita käsitellään tarkemmin luvuissa 5.4 ja 5.5.



### 5.3 Muuttujien mallintaminen

Kestävyys ja rasitus riippuvat molemmat useista tekijöistä. Nämä tekijät ovat normimitoituksessa tunnettuja vakioita, mutta luotettavuuslaskennassa ainakin osaa käsitellään satunnaismuuttujina. Muuttujat oletetaan yleensä normaalijakautuneiksi tai logaritmisesti normaalijakautuneiksi. Standardeissa on annettu ohjeita eri suureiden jakaumien määrittämiseen. Esimerkiksi kuormatyypeille ja materiaaliominaisuuksille sopivia variaatiokertoimia ja jakaumatyyppejä annetaan standardissa *Probabilistic Model Code* [21] sekä artikkelissa *Stochastic models in analysis of structural reliability* [22]. Pysyville kuormille suositellaan käytettäväksi normaalijakaumaa. Sen sijaan muuttuville kuormille sekä teräksen myötölujuudelle ja kimmokertoimelle suositellaan logaritmisesti normaalijakaumaa. Taulukoissa 3 ja 4 on esitetty materiaaliikohtaisia suosituksia jakaumaparametreille. Jakaumat määritetään usein keskiarvon ja variaatiokertoimen avulla. Variaatiokerroin ( $c$  tai  $COV$ ) on keskihajonnan ja keskiarvon osamäärä.

*Taulukko 3 Teräksen materiaaliominaisuuksille suositeltavia variaatiokertoimen arvoja. Tässä työssä tarvitaan arvoja myötölujuudelle  $f_y$  ja kimmokertoimelle  $E$ . [21]*

**Table A: Mean and COV values**

Property	Mean Value, E[.]	COV, $v$
$f_y$	$f_{y,sp} \cdot \alpha \cdot \exp(-u \cdot v) - C$	0.07
$f_u$	$B \cdot E[f_u]$	0.04
$E$	$E_{sp}$	0.03
$v$	$v_{sp}$	0.03
$\epsilon_u$	$\epsilon_{u,sp}$	0.06

Taulukko 4 Materiaalien omalle painolle suositeltavia keskiarvoja sekä variaatioker-  
toimen arvoja. [21]

Material	Mean value [kN/m <sup>3</sup> ]	Coefficient of variation
<b>Steel</b>	77	< 0.01
<b>Concrete</b>		
Ordinary concrete <sup>2)</sup>	24	0.04
High strength concrete	24-26 <sup>4)</sup>	0.03
Lightweight aggregate concrete	<sup>4)</sup>	0.04-0.08
Cellular concrete	<sup>4)</sup>	0.05-0.10
Heavy concrete for special purposes	<sup>4)</sup>	0.01-0.02
<b>Masonry</b>	-	≈ 0.05
<b>Timber</b> <sup>3)</sup>		
Spruce, fir (Picea)	4.4	0.10
Pine (Pinus)	5.1	0.10
Larch (Larix)	6.6	0.10
Beech (Fagus)	6.8	0.10
Oak (Quercus)	6.5	0.10

Omaa painoa lukuunottamatta pysyville kuormille suositellaan variaatioker-  
toimen arvoa 0,03 ... 0,10 [22]. Muuttuville kuormille variaatioker-  
toimen valinta ei ole yhtä yksiselit-  
teistä, sillä variaatio riippuu kuorman luonteesta. Toimistorakennuksen hyötykuormalle  
annetaan suositukseksi 0,35, kun tarkastelujaksona on 50 vuotta [22]. Muita käyttötar-  
koituksia varten on huomioitava erot kuormituksen luonteessa ja arvioitava variaa-  
tiokerroin sen perusteella. Kun muuttujien jakaumat ovat tiedossa, saadaan määritettyä  
jakaumat myös kestävyydelle ja rasitukselle.

## 5.4 Vaurioitumistodennäköisyys

Rakenteen vaurioituminen riippuu rasituksen  $S$  ja kestävyuden  $R$  suhteesta. Kun  $R$  on  
suurempi kuin  $S$ , vaurioitumista ei tapahdu. Täten *vaurioitumistodennäköisyys*  $P_f$  on to-  
dennäköisyys sille, että rasitus saa samaan aikaan suuremman (tai yhtä suuren) arvon  
kuin kestävyys [20]:

$$P_f = P(R \leq S) = P(Z \leq 0) \quad (5.5)$$

Vaurioitumistodennäköisyys on siis luotettavuuden komplementtisuure  $P_f = 1 - P_r$ . Ti-  
lastollisesti vaurioitumistodennäköisyys voidaan arvioida riittävän suuresta ja homo-

geenisestä rakennejoukosta. Tämä ei ole kuitenkaan usein mahdollista vaan määritetään teoreettinen vaurioitumistodennäköisyys. Rakenteen murtuminen voi johtua myös karkeasta inhimillisestä virheestä. Teoreettisen vaurioitumistodennäköisyyden laskennassa karkean virheen mahdollisuutta tai tuottamuksellisuutta ei kuitenkaan tule ottaa huomioon. [20]

Simulaation avulla määritettynä vaurioitumistodennäköisyys saadaan kaavasta:

$$P_f = \frac{n_f}{M} \quad (5.6)$$

missä

$n_f$  vaurioitumistapausten lukumäärä

$M$  otoskoko

Teoreettisesti approksimaatio vaurioitumistodennäköisyydelle voidaan määrittää luotettavuusindeksin avulla [20]:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (5.7)$$

missä

$\Phi(\dots)$  standardoidun normaalijakauman kertymäfunktio

$\beta$  luotettavuusindeksi, määritetään luvussa 5.5

## 5.5 Luotettavuusindeksi

Vaurioitumistodennäköisyydet ovat yleensä hyvin pieniä lukuja, jolloin niiden vertailukelpoisuus saattaa olla kyseenalaista. Luotettavuuden kuvaamiseksi onkin kehitetty myös muita mittareita, kuten *luotettavuusindeksi*  $\beta$ . Tapoja luotettavuusindeksin määrittämiseksi on erilaisia, mutta yleisin lienee **Cornellin luotettavuusindeksi**  $\beta_c$ , lyhyemmin Cornell indeksi. Cornell indeksi määritellään varmuusmarginaalin  $Z$  keskiarvon ja keskihajonnan avulla seuraavasti [17]:

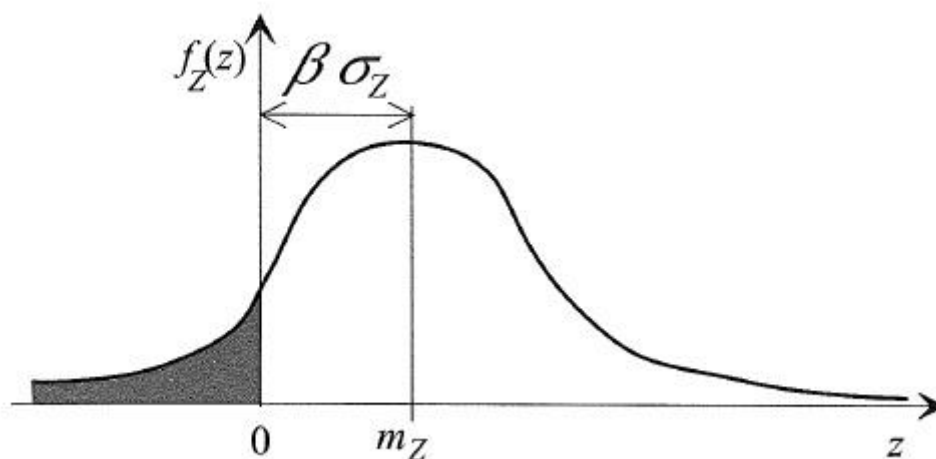
$$\beta_c = \frac{m_z}{\sigma_z} \quad (5.8)$$

missä

$m_z$  varmuusmarginaalin  $Z$  keskiarvo

$\sigma_z$  varmuusmarginaalin  $Z$  keskihajonta

Cornell indeksi on täten  $Z$ :n variaatiokertoimen käänteisluku. Cornell indeksi kertoo, kuinka monta kertaa  $Z$ :n keskihajonta mahtuu keskiarvon ja origon väliin. Tätä on havainnollistettu kuvassa 22. Cornell indeksin saadessa suuria arvoja varmuusmarginaalin negatiivinen osuus todennäköisyysmassasta on pieni verrattuna positiiviseen, mikä tarkoittaa myös suuria luotettavuuden arvoja.



Kuva 22 Cornell indeksin  $\beta_c$  määritelmä.[17]

Cornell indeksin käytöllä on myös rajoituksia. Sen määritelmä perustuu oletuksiin, joiden mukaan varmuusmarginaali on normaalijakautunut ja rajatilafunktio lineaarinen. Jos nämä ehdot eivät täyty, on Cornell indeksi approksimaatio.

**Hasofer-Lindin luotettavuusindeksi  $\beta_{HL}$**  ei sisällä samoja rajoituksia kuin Cornell indeksi. Hasofer-Lind indeksi perustuu rajatilafunktion määrittämiseen standardiavaruudessa fyysikaalisen avaruuden sijaan. Perusmuuttujien arvot muunnetaan vastaamaan keskitettyä standardoitua normaalijakaumaa noudattavia arvoja. Tätä kutsutaan isoprobabilistiseksi muunnokseksi. Muunnoksen ansiosta alkuperäisen varmuusmarginaalin ei

tarvitse olla normaalijakautunut. Standardointi esitetään graafisesti kuvassa 23. Muunnos standardiavaruuteen suoritetaan seuraavasti [17]:

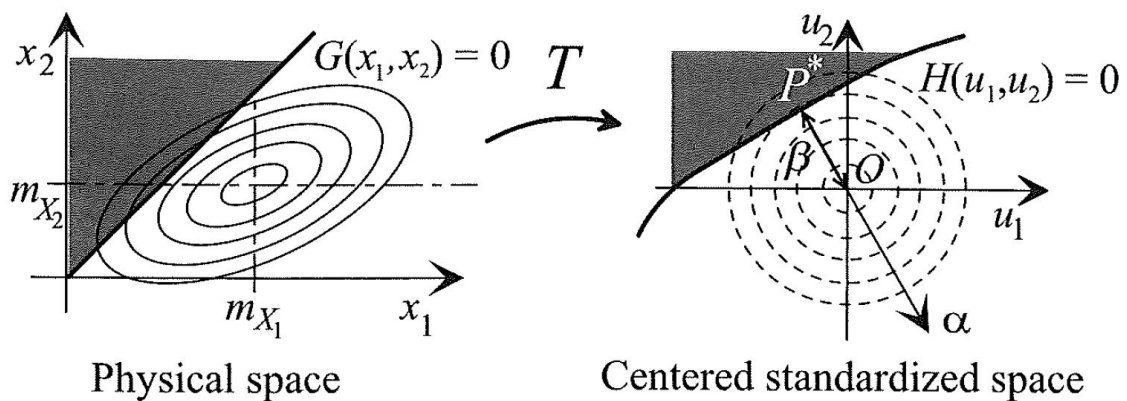
$$\Phi(u) = F_X(x) \Rightarrow x \rightarrow u = \Phi^{-1}(F_X(x)) \quad (5.9)$$

missä

$\Phi(\dots)$  standardoidun normaalijakauman kertymäfunktio

$F_X(\dots)$  perusmuuttujan  $X$  kertymäfunktio

$u$   $x$ :n standardiavaruuteen muunnettu arvo



Kuva 23 Muunnos fyysikaalisesta avaruudesta standardiavaruuteen.[17]

Standardiavaruudessa rajatilafunktio ei ole enää lineaarinen. Käyrällä sijaitseva piste, joka on lähimpänä origoa, on nimeltään mitoituspiste  $P^*$ . Hasofer-Lind indeksi on rajatilafunktion lyhin etäisyys origosta eli vektorin  $OP^*$  pituus. [17]

Rajatilafunktion määrittäminen standardiavaruudessa ei aina ole yksinkertaista, eikä välttämättä edes mahdollista. Hasofer-Lind indeksi voidaan kuitenkin määrittää likimääräisesti myös niin kutsutulla **histogrammipohjaisella menetelmällä**. Kun simulaatio on suoritettu, ainoastaan vaurioitumistapauksia vastaavat pisteet muunnetaan standardiavaruuteen. Rajatilafunktio on nyt tuntematon, mutta tiedossa on, että saadut pisteet sijaitsevat rajatilapinnalla tai sen takana murtotila-alueella. Approksimaatio Hasofer-Lind indeksille saadaan määrittämällä pisteiden etäisyydet origosta ja valitsemalla lähin mitoituspisteeksi. Otoskoon kasvaessa virhe  $\beta_{HL}$ :n määrittämisessä pienenee, sillä mitoituspiste sijaitsee yhä lähempänä todellista rajatilapintaa. [23]

Pisteet sijaitsevat avaruudessa, jolla on yhtä monta ulottuvuutta kuin laskennassa on perusmuuttujia. Perusmuuttujan  $X$  standardiavaruuteen muunnettu arvo lasketaan kaavasta:

$$u_X = \Phi^{-1}(F_X(x_n)) \quad (5.10)$$

missä

$x_n$  perusmuuttujan  $X$  arvo tapauksella  $n$

Muuttujalle  $u_X$  määritetään yhtä monta arvoa kuin fysikaalisessa avaruudessa on vaurioitumistapauksia. Muunnos tehdään kaikille perusmuuttujille, jolloin yhden standardiavaruuden pisteen koordinaatit koostuvat jokaisen perusmuuttujan muunnetusta arvosta kyseisellä vaurioitumistapauksella. Vastaavasti pisteitä syntyy yhtä monta kuin on vaurioitumistapauksia. Pisteiden etäisyys origosta voidaan laskea kaavalla [17]:

$$|OP| = \sqrt{\{u\}^T \cdot \{u\}} \quad (5.11)$$

missä

$P$  standardiavaruuden piste, joka sijaitsee vaurioitumisalueella fysikaalisessa avaruudessa

$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_{X_1} \\ u_{X_2} \\ \vdots \\ u_{X_N} \end{Bmatrix}$ , missä  $N =$  perusmuuttujien lukumäärä

Kuten edellä on mainittu, Hasofer-Lind indeksi on lähimpänä sijaitsevan pisteen etäisyys origosta:

$$\beta_{HL} = \min(|OP_1|, |OP_2|, \dots, |OP_F|) \quad (5.12)$$

missä

$F$  vaurioitumistapausten lukumäärä

Eurokoodissa on annettu suositeltavat vähimmäisarvot luotettavuusindeksille riippuen tarkasteltavasta aikavälistä ja luotettavuusluokasta. Vuodet oletetaan toisistaan riippumattomiksi, ja vuotuinen vaurioitumistodennäköisyys on vakio. Vähimmäisarvot esitetään taulukossa 5.

*Taulukko 5 Luotettavuusindeksin tavoitearvot riippuen tarkastelujaksosta ja luotettavuusluokasta. [10]*

Luotettavuusluokka	Indeksin $\beta$ vähimmäisarvot	
	1 vuoden tarkastelujakso	50 vuoden tarkastelujakso
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Vaurioitumistodennäköisyyttä voidaan arvioida luotettavuusindeksin perusteella kaavan (5.7) mukaisesti. Tällöin on muistettava huomioida luotettavuusindeksin laskennassa käytetyt oletukset, jotka vaikuttavat myös vaurioitumistodennäköisyyden arvoon. Taulukossa 6 esitetään luotettavuusindeksin arvoja vaurioitumistodennäköisyyden eri suuruusluokilla.

*Taulukko 6 Luotettavuusindeksin ja vaurioitumistodennäköisyyden yhteys. [10]*

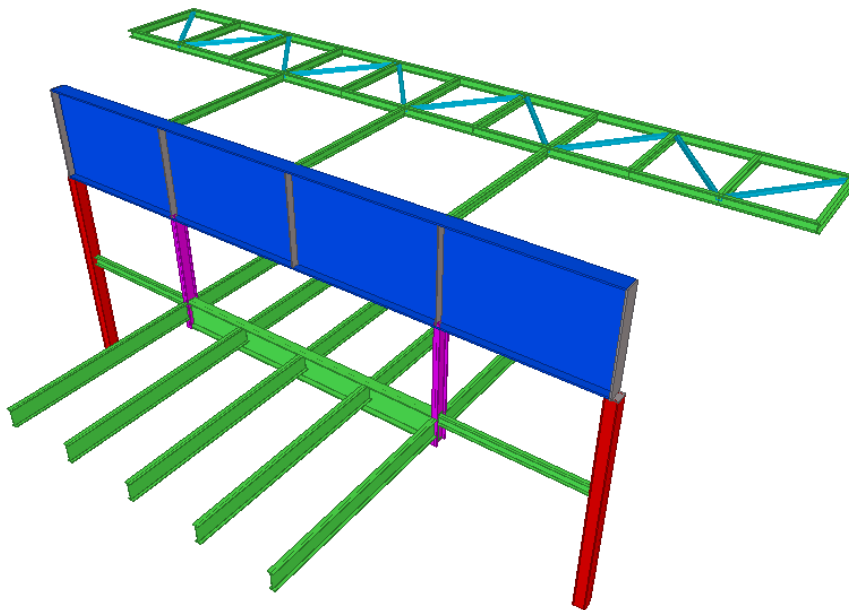
$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

## 6 Laitekannatinpalkin laskennallinen analyysi

Tässä luvussa suoritetaan analyysi teollisuusrakennuksen laitekannattimelle. Laskennassa määritetään eurokoodin mukaiset käyttöasteet kiepahduksen ja uuman lommahduksen suhteen. Luotettavuusosassa määritetään rakenteen rasitus ja kestävyys käyttäen satunnaismuuttujia osalle laskentaparametreista. Muuttujien avulla tutkitaan myös rakenteen herkkyyttä erilaisten muutosten suhteen. Yksityiskohtaiset laskelmat esitetään liitteissä A, B ja C.

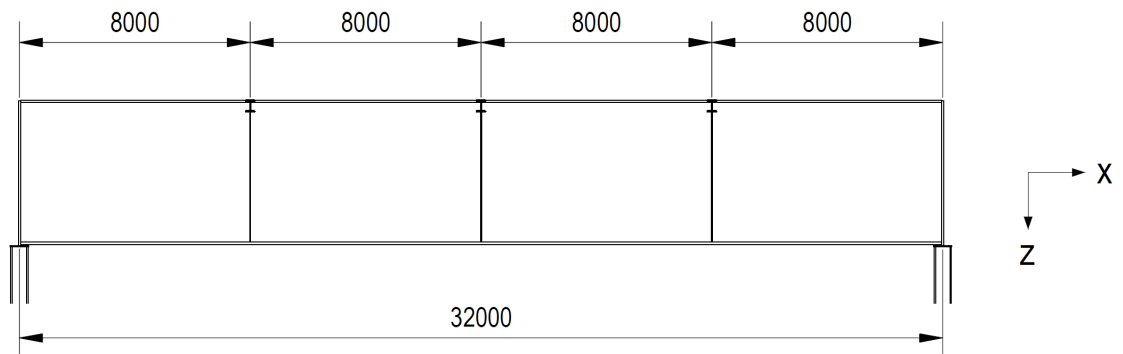
### 6.1 Lähtötiedot

Tarkasteltava rakenne on ohutuumainen hitsattu levypalkki, joka toimii laitekannattimena teollisuusrakennuksessa. Palkki kannattelee alapuolellaan olevaa tasoa kahden ripustuksen välityksellä sekä palkin yläpinnassa sijaitsevaa tasoa, joka tukeutuu palkkiin tasaisesti pitkin jännettä. Kolme ylälaippaan kiinnitettyä sekundäärripalkkia toimivat sivuttaistukina kiepahdusta vastaan. Kiepahdustuet tukeutuvat edelleen jäykistävään tasterikkoon kuvan 24 mukaisesti. Palkissa on pystysuuntaiset jäykisteet sivuttaistukien kohdalla sekä palkin päissä. Suunniteltu käyttöikä palkille on 50 vuotta ja luotettavuusluokka RC3. Kuvassa 25 on esitetty rakenteen mitat.

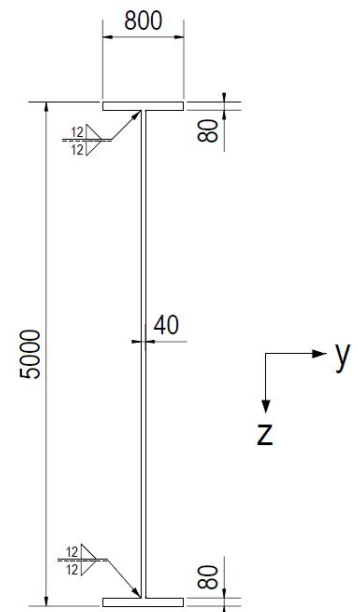


Kuva 24 Tarkasteltava rakenne.





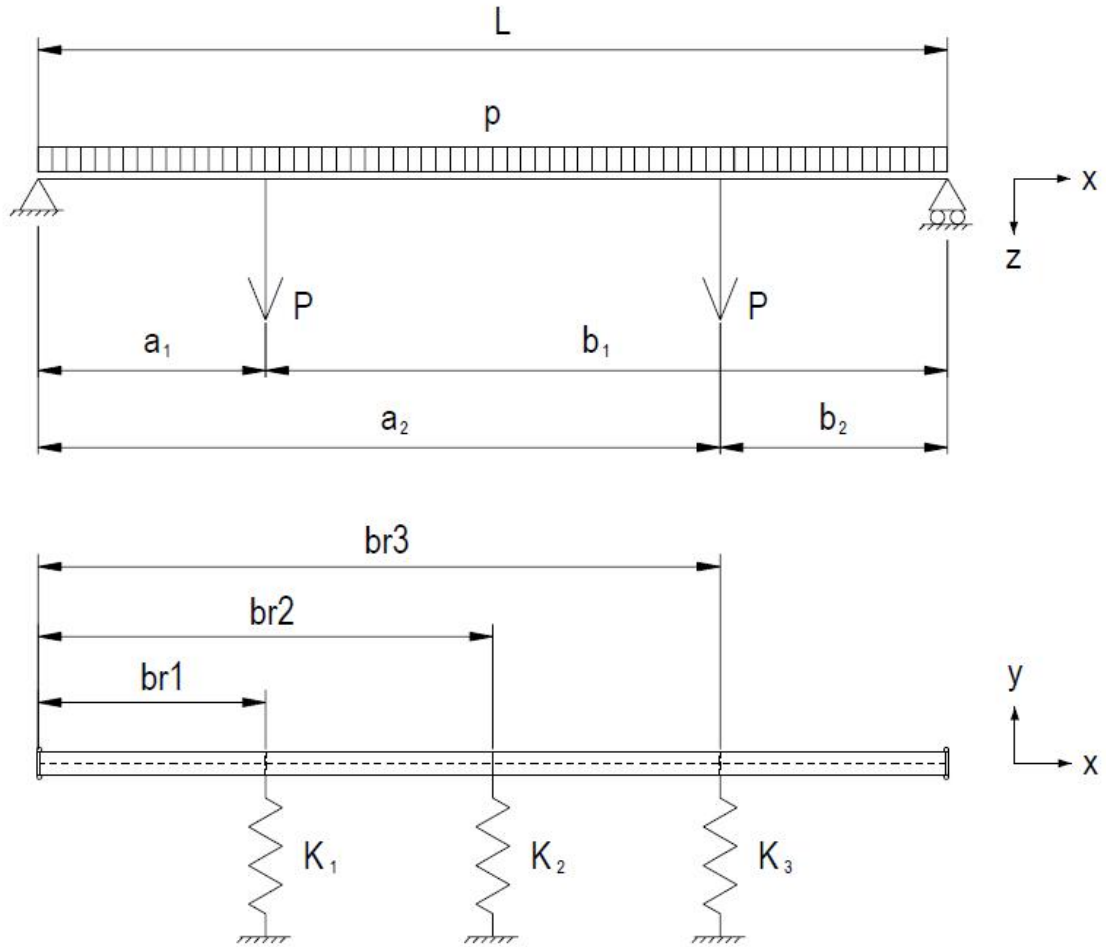
PROFIILI		
WI5000-40-80*800		
Korkeus	h	5000 mm
Leveys	b	800 mm
Laipan paksuus	$t_f$	80 mm
Uuman paksuus	$t_w$	40 mm
Hitsin mitta	$a_w$	12 mm
Pinta-ala	A	321600 mm <sup>2</sup>
SAUVA		
Jänneväli	L	32 m
Tukiväli	$L_u$	8 m



Kuva 25 Palkin mitat.

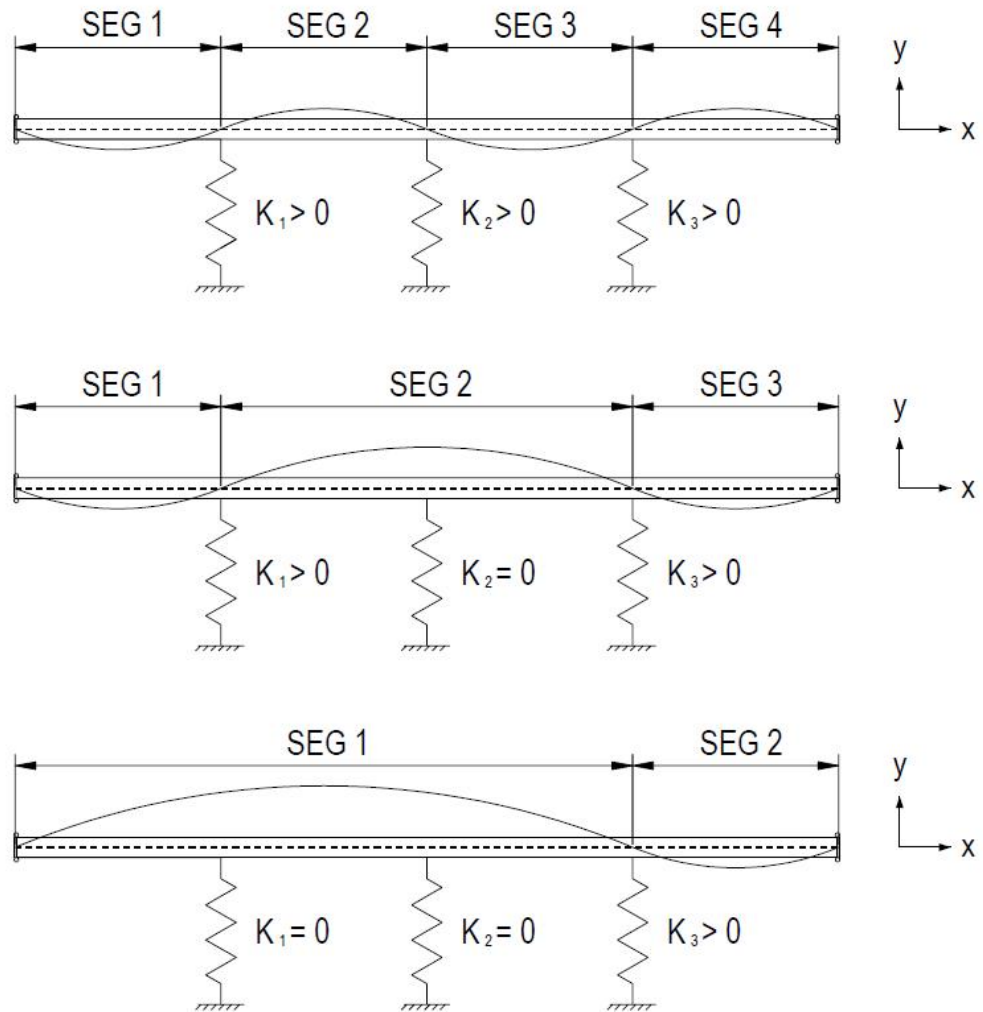
### 6.1.1 Rakennemalli

Palkki on yksiaukkoinen, vapaasti tuettu ja päistään haarukkalaakeroitu. Pistekuormat sijaitsevat reunimmaisten sivuttaistukien kohdalla. Kuormien oletetaan tukeutuvan vääntökeskiöön. Sivuttaistuet ovat kimmoisia ja tukeutuvat ylälaipiaan.



Kuva 26 Palkin rakennemalli  $xz$ - ja  $xy$ -tasossa.

Kiepahdustarkastelu tehdään jakamalla palkki segmentteihin, joille määritetään kiepahduskestävyydet erikseen. Jako riippuu tukien jäykkyydestä. Kiepahdusmuodoksi oletetaan aina *toinen muoto* luvun 3.1.2 mukaisesti, jolloin tukien kohdalle ei synny siirtymää. Tämä muoto toteutuu aina, kun tuen jäykkyys ylittää kynnsjäykkyyden arvon. Jos näin ei tapahdu, kyseisen tuen jäykkyys oletetaan nolllaksi. Tällöin tuki jätetään laskennassa huomiotta, ja vastaava segmentti jatkuu tuen yli. Jakoa on havainnollistettu kuvassa 27.



Kuva 27 Periaate palkin segmenttijaon määrittämiseksi tukien jäykkyyden perusteella.

### 6.1.2 Kuormitus

Kaikki kuormat ovat staattisia ja vaikuttavat positiivisen z-akselin suuntaan (alaspäin). Kuormat koostuvat rakenteen omasta painosta, muista pysyvistä kuormista sekä tasojen hyötykuormista. Alemmalta tasolta palkkiin kohdistuvat pistekuormat koostuvat pysyvistä ja muuttuvasta osuudesta. Tasan jakautunut kuorma koostuu vastaavasti ylemmän tason pysyvistä kuormasta ja hyötykuormasta, mutta siihen sisältyy lisäksi tarkasteltavan palkin oma paino. Kuormat on kerätty taulukkoon 7.

Taulukko 7 Palkin kuormitus.

Pysyvät kuormat		
Oma paino	$g_0$	24,76 kN/m
Muu tasan jakautunut	$g_{k1}$	45 kN/m
Pistekuormat	$G_{k1}$	780 kN
Muuttuvat kuormat		
Hyötykuorma		
Tasan jakautunut	$q_{k1}$	155 kN/m
Pistekuormat	$Q_{k1}$	2600 kN

Kuvan 26 merkintöihin viitaten voidaan nyt kirjoittaa:

$$p = g_0 + g_1 + q_1 \quad (6.1)$$

$$P = G_1 + Q_1 \quad (6.2)$$

missä "+" tarkoittaa kuormien yhdistämistä.

## 6.2 Osavarmuuskokoonpanon perustuva menetelmä (EC)

Tässä luvussa suoritetaan luvun 4 mukainen eurokoodiin perustuva rakenneanalyysi esimerkkitapauksen palkille. Poikkileikkauksen kestävyys sekä käsitellyt stabiiliuden menetyksen muodot tarkistetaan voimasuureiden mitoitusarvoilla.

### 6.2.1 Voimasuureet

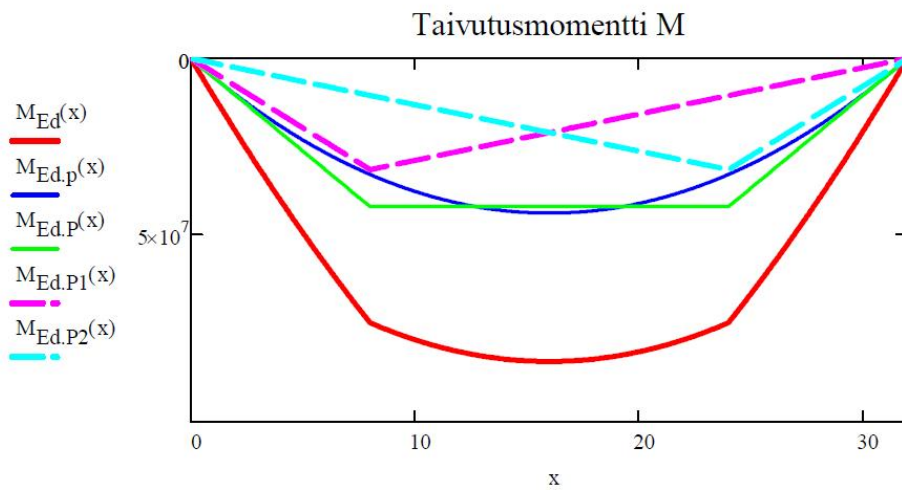
Voimasuureiden laskemiseksi suoritetaan eurokoodin mukainen kuormien yhdistely. Tämän työn esimerkissä kaikkien muuttuvien kuormien oletetaan olevan peräisin samasta lähteestä, joten niille kaikille käytetään määräävän muuttuvan kuorman mukaisia kertoimia. Oletus on varmalla puolella ja yksinkertaistaa laskentaa, sillä kuormayhdistelmiä tulee tarkastettavaksi vähemmän. Kun mukana on vain yhdentyypinen muuttuva kuorma, tulee murtorajatilassa kyseeseen ainoastaan kaksi kuormayhdistelmää (yhdistelmät 6.10a ja 6.10b, SFS-EN 1990 [10]). Näistä ensimmäinen tulee voimaan, jos pysyvät kuormat ovat kyllin suuria muuttuviin kuormiin verrattuna. Muuttuvat kuormat eivät sisälly tähän yhdistelmään lainkaan. Tässä laskentaesimerkissä mitoittavaksi yh-

distelmäksi tulee jälkimmäinen eli 6.10b. Pysyvien kuormien osavarmuusluku on tällöin 1,15 ja muuttuvien 1,5. Kuormien mitoitusarvoiksi saadaan näin:

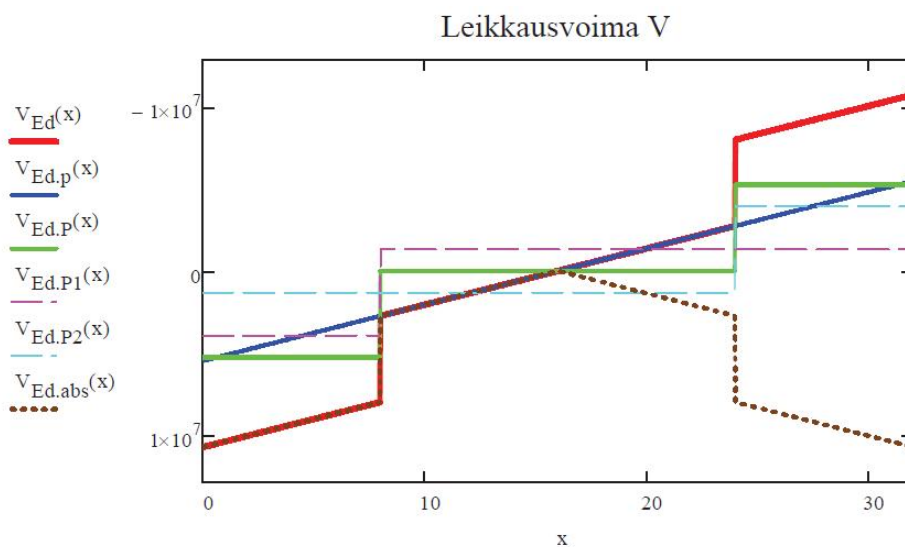
$$p_{Ed} = 343,99 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad (6.3)$$

$$P_{Ed} = 5276,7 \text{kN} \quad (6.4)$$

Kuormien mitoitusarvoilla määritetyt taivutusmomentti- ja leikkausvoimakuvajaajat on esitetty kuvissa 28 ja 29.



Kuva 28 Taivutusmomenttikuvaaja.



Kuva 29 Leikkausvoimakuvaaja.

Maksimiarvoiksi voimasuureille saadaan:

$$M_{\max} = 86,24 \text{ MNm} \quad (6.5)$$

$$V_{\max} = 10,78 \text{ MN} \quad (6.6)$$

Kiepahdustarkastelua varten tarvitaan lisäksi segmenttikohtaiset maksimimomentit. Kiepahduskestävyyden laskennassa myös momenttipinnan muodolla on merkitystä. Tämän vuoksi määritetään momentin arvot kiepahdussegmenttien päätte- ja välipisteissä (kuvat 7 ja 27). Esitetään momentit matriisissa, jossa rivi edustaa segmenttiä ja sarake pistettä segmentin sisällä (neljä segmenttiä, joissa jokaisessa viisi pistettä):

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 20.87 & 40.37 & 58.49 & 75.24 \\ 75.24 & 80.05 & 83.49 & 85.56 & 86.24 \\ 86.24 & 85.56 & 83.49 & 80.05 & 75.24 \\ 75.24 & 58.49 & 40.37 & 20.87 & 0 \end{pmatrix} \cdot \text{MN} \cdot \text{m} \quad (6.7)$$

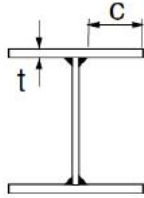
Matriisista voidaan havaita samoja asioita kuin kuvaajasta. Maksimimomentti esiintyy palkin keskellä, missä sijaitsevat segmentin 2 loppupiste ja segmentin 3 alkupiste. Palkin päissä momentin arvo on nolla.

## 6.2.2 Rakenteen kestävyys

Kestävyyden laskenta aloitetaan määrittämällä rakenteen poikkileikkausluokka. Poikkileikkausluokalla on merkitystä, kun rakenteessa esiintyy puristusjäännityksiä. Jos poikkileikkaus on kovin hoikka, paikalliset lommahdukset saattavat rajoittaa rakenteen kykyä vastaanottaa puristusjäännitystä. Poikkileikkauksen leikkauskestävyyteen luokalla ei ole merkitystä, sillä leikkausvoimaa vastaan teholliseksi oletetaan aina kuormituksen suuntaisen levyn poikkipinta-ala kokonaisuudessaan luokasta riippumatta. Sen sijaan taivutuskestävyyden laskennassa tulee käyttää kimmoista taivutusvastusta yli luokan 2 poikkileikkauksilla. Lisäksi luokassa 4 puristettu poikkipinta-ala ei toimi kokonaisuudessaan, vaan on määritettävä tehollinen poikkileikkaus. Poikkileikkausluokka on suurimman luokan antavan puristetun taso-osan mukainen.

## Poikkileikkausluokka

Laipat:



$$c_f := \frac{1}{2} \cdot (b - t_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a_w)$$

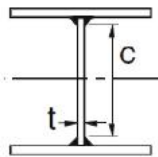
$$c_f = 363 \text{ mm}$$

$$\frac{c_f}{t_f} = 4.538 <$$

$$14 \cdot \epsilon = 11.726$$

Luokka < 4

Uuma:



$$c_w := h_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a_w$$

$$c_w = 4806 \text{ mm}$$

$$\frac{c_w}{t_w} = 120.151 >$$

$$124 \cdot \epsilon = 103.856$$

Luokka = 4

Poikkileikkaus kuuluu luokkaan 4.

Kuva 30 Poikkileikkausluokan määrittäminen.

Uuma antaa tulokseksi luokan 4, kun taas laipat kuuluvat johonkin luokista 1-3. Tämä on tarkoituksenmukaista, kuten luvussa 2.3 todetaan. Täten poikkileikkaus kuuluu luokkaan 4, ja sille on määritettävä tehollinen poikkileikkaus ja vastaavat poikkileikkaussuureet ennen kestävyyslaskemista. Tehollinen poikkileikkaus määritetään iteratiivisesti asettamalla neutraaliakseli ensin palkin keskelle. Iteraation edetessä neutraaliakseli siirtyy alalaippaan kohden, sillä tehon alue sijaitsee puristetulla puolella eli palkin yläosassa. Iteraatio suppenee riittävästi jo kuudella kierroksella ja neutraaliakseli asettuu palkin alapinnasta mitattuna kohtaan:

$$z_0 = 2434,19 \text{ mm} \quad (6.8)$$

Nyt voidaan edelleen määrittää palkin tehollinen jäyhyysmomentti ja taivutusvastus (kaavat (4.11) ja (4.14)):

$$I_{y,eff} = 1,12 \text{ m}^4 \quad (6.9)$$

$$W_{y,eff} = 0,43 \text{ m}^3 \quad (6.10)$$

Lopulta saadaan poikkileikkauksen taivutuskestävyys (kaava (4.16)):

$$M_{y.Rd} = 145,6 \text{ MNm} \quad (6.11)$$

Leikkauskestävyys saadaan laskettua suoraan bruttopoikkileikkauksen perusteella, sillä leikkauspinta-alaksi lasketaan koko uuman pinta-ala. Leikkauskestävyydeksi saadaan (kaava (4.23)):

$$V_{pl.Rd} = 37,44 \text{ MN} \quad (6.12)$$

Koska palkin taivutuskestävyys heikommassa suunnassa on paljon pienempi kuin vahvassa suunnassa, vahvan suunnan taivutuskestävyyttä rajoittaa kiepahdus. Sama pätee leikkauskestävyydelle lommahduksen suhteen uuman hoikkuuden vaikutuksesta. Tästä johtuen on määritettävä lisäksi kiepahduskestävyys ja leikkauslommahduskestävyys.

Palkki on pistemäisesti tuettu sivusuunnassa, joten kiepahdusta voidaan tarkastella segmentteittäin, jos tuet ovat riittävän jäykkiä estämään ensimmäisen muodon mukaisen kiepahduksen. Segmentit käyttäytyvät kuin päistään nivelellisesti kiinnitetty sivusuunnassa tukematon palkki. Vaatimusta sivuttaistukien jäykkyydelle ei eurokoodissa ole, joten käytetään kaavan (3.6) mukaista arvoa riittävälle jäykkyydelle. Olettamalla maksimummomentiksi 90 MNm tuetussa palkissa, saadaan kynnysjäykkyydeksi (kaava (3.6)):

$$K_T = 12,19 \frac{\text{MN}}{\text{m}} \quad (6.13)$$

Tukien jäykkyydet oletetaan samansuuruisiksi ja toisistaan riippumattomiksi. Jäykkyyden arvot perustuvat liitteessä C määritettyyn sivuristikon taivutusjäykkyyteen. Yksittäisen tuen jäykkyydeksi saadaan:

$$K_{1,2,3} = 29,139 \frac{\text{MN}}{\text{m}} \quad (6.14)$$



Kestävyyysvaatimuksena sivuttaistuille käytetään 2% tuetun palkin laipan puristusvoimasta, kuten luvussa 3.1.2 todetaan. Myös kestävyysvaatimus täyttyy sekä tukisauvan nurjahduksen että ristikon taivutuskestävyyden osalta. Laskelmat esitetään yksityiskohtaisesti liitteessä C.

Sivuttaistuet ovat vaatimusten mukaisia, joten siirtymää ei tukien kohdalla oleteta syntyvän. Kiepahdustarkastelu voidaan näin tehdä segmenttikohtaisesti jakamalla palkki neljään osaan. Kimmoteorian mukainen kriittinen momentti määritetään Sernan menetelmällä, joka esiteltiin luvussa 3.1.1 käyttäen  $C_I$ :lle kaavaa (3.5). Kriittisen momentin avulla saadaan edelleen määritettyä segmenttien kiepahduskestävyydet, jotka ovat:

$$M_{b.Rd.1} = 124,74\text{MNm} \quad (6.15)$$

$$M_{b.Rd.2} = 112,96\text{MNm} \quad (6.16)$$

$$M_{b.Rd.3} = 112,96\text{MNm} \quad (6.17)$$

$$M_{b.Rd.4} = 124,74\text{MNm} \quad (6.18)$$

Leikkauslommahduskestävyys lasketaan pelkästään palkin reunakentissä, sillä leikkausvoiman itseisarvo pistekuormien välissä on pieni verrattuna maksimiarvoon, joka sijaitsee tuella. Levykentät ovat symmetrisiä (kuten segmentitkin), joten molemmille kentille saadaan sama arvo:

$$V_{bw.Rd.1} = 23,52\text{MN} \quad (6.19)$$

$$V_{bw.Rd.2} = 23,52\text{MN} \quad (6.20)$$

### 6.2.3 Käyttöasteet

Kun voimasuureet ja rakenteen kestävyys on määritelty, saadaan käyttöasteet:

Poikkileikkaus M:  $\frac{M_{\max}}{M_{y.Rd}} = 0.59$

Poikkileikkaus V:  $\frac{V_{\max}}{V_{pl.Rd}} = 0.29$

Kiepahdus:  $\frac{M_{\max,1}}{M_{bRd,1}} =$

0.6
0.76
0.76
0.6

Leikkauslonnmahdus:  $\frac{V_{Ed,f_n}}{V_{bw.Rd_n}} =$

0.46
0.46

Taulukko 8 Käyttöasteen muutos, kun kuormien ominaisarvoja kasvatetaan kertoimella  $\kappa$ . Laskettu erikseen pysyville ja muuttuville kuormille sekä molemmille yhdessä.

$\kappa$	Käyttöaste		
	G	Q	G,Q
1	0,763	0,763	0,763
1,1	0,777	0,823	0,836
1,2	0,790	0,882	0,909
1,3	0,804	0,942	<b>0,982</b>
1,4	0,817	<b>1,001</b>	1,055
1,5	0,831	1,060	1,128
1,6	0,844	1,120	1,200
1,7	0,858	1,179	1,273
1,8	0,871	1,239	1,346
1,9	0,884	1,298	1,419
2	0,898	1,357	1,492

Käytännön suunnittelussa rakenteille annetaan yleensä lisävarmuutta jättämällä käyttöasteet selvästi alle yhden. Tästä syystä analysoidun rakenteen käyttöaste 0,76 on sopiva. Teoreettisesti kuormien ominaisarvoja voitaisiin vielä kasvattaa kertoimella 1,3 ennen kuin käyttöaste nousisi arvoon 1. Pelkillä muuttuvilla kuormilla vastaava luku olisi 1,4, jolloin käyttöaste nousisi hieman yli yhden, arvoon 1,001. Pysyvien kuormien osalta edes ominaisarvojen tuplaaminen ei kasvattaisi käyttöastetta kuin arvoon 0,898.

### 6.3 Luotettavuusanalyysi

Tässä luvussa suoritetaan luotettavuusperusteinen laskenta luvun 5 mukaisesti. Luvun 6.3.2 herkkyysanalyysissä vertaillaan perusmuuttujien parametrien vaikutusta luotettavuuden mittareihin kuvaajien avulla. Poikkileikkauksen kestävyys sekä kiepahdus- ja lommahdustarkastelut lasketaan käyttäen eurokoodin kaavoja, mutta ilman osavarmuuslukuja. Laskenta etenee seuraavien vaiheiden mukaisesti:

- 1) **Muuttujien määrittäminen:** Osaa laskennassa käytettävistä parametreista käsitellään satunnaismuuttujina. Näitä kutsutaan luotettavuuslaskennan perusmuuttujiksi. Kun perusmuuttujat on valittu, niille on määritettävä jakaumat. Jakaumatyyppin lisäksi on valittava keskiarvot ja variaatiokertoimet.
- 2) **Simulaatio:** Valitaan otoskoko, joka määrittää kuinka monta tapausta tutkitaan. Jokaiselle perusmuuttujalle poimitaan jakaumastaan yksi satunnaisarvo yhtä tapausta kohti Monte Carlo simulaation avulla. Kyseisen tapauksen kaikki laskentaparametrit ovat tämän jälkeen tunnettuja vakioita.
- 3) **Rasitusvektorin  $S$  määrittäminen:** Rasitusvektorit on määritettävä jokaiselle murtotavalle erikseen. Vektoreiden alkioit ovat kyseiselle murtotavalle altistavia voimasuureita, kuten taivutusmomentin tai leikkausvoiman arvoja. Esimerkiksi kiepahdustarkastelussa rasitusvektorin alkio on yhdellä tapauksella toteutuva taivutusmomentti kyseisen segmentin alueella. Jokaiselle segmentille tulee omat vektorinsa, kuten myös eri levykentille lommahdustarkastelussa. Tässä laskennassa vektoreita on vielä yhdistetty matriiseiksi tai tensoreiksi, jolloin eri segmenttien alkioita voidaan poimia samasta lähteestä.
- 4) **Kestävyysvektorin  $R$  määrittäminen:** Kestävyysvektorit määritetään vastaavalla tavalla kuin rasitusvektorit. Segmenteille ja levykentille lasketaan kiepahdus- ja lommahduskestävyydet, minkä jälkeen kestävyysiksi voidaan verrata samalla tapauksella toteutuviin rasituksen arvoihin.
- 5) **Luotettavuuden arviointi:** Luotettavuuden arviointiin käytetään simulaation tuloksia kokonaisuudessaan. Rasituksen ja kestävyuden tapauskohtaiset arvot on

tässä vaiheessa laskettu simuloitujen muuttujien perusteella. Tulokset muodostavat aineiston, jonka suuruus riippuu otoskoosta. Arvioinnissa hyödynnetään pääosin tulosten jakautumista sekä vaurioitumistapausten osuutta kaikista tapauksista.

### 6.3.1 Muuttujat

Tässä laskennassa satunnaismuuttujia sisältyy sekä rasituksen että kestävyuden muuttujiin. Satunnaismuuttujien jakaumat on määritetty luvun 6.2 perusteella asettamalla laskenta-arvot yleensä muuttujien keskiarvoiksi. Eurokoodin mukaisessa mitoituksessa jotkin ominaisarvot ovat kuitenkin 5 tai 95% fraktiilin arvoja, joten jakaumien keskiarvot on määritetty fraktiiliarvojen perusteella. Muuttuvien kuormien ominaisarvot edustavat 95% fraktiilin arvoa ja myötölujuuden ominaisarvo 5% fraktiilin arvoa. Variaatiokertoimien arvot on joko poimittu standardeista tai arvioitu standardien perusteella. Arvioituille variaatiokertoimille kokeillaan useita eri arvoja, jotta nähdään valinnan vaikutus.

Satunnaismuuttujien tiheysfunktiot noudattavat joko normaalijakaumaa tai lognormaalista jakaumaa. Normaalijakaumaa noudattavat pysyvät kuormat sekä sivuttaistukien sijainnit. Loput satunnaismuuttujista noudattavat lognormaalista jakaumaa. Normaalijakauman määrittämiseen Mathcad ohjelmalla tarvitaan keskiarvo ja keskihajonta, jotka on esitetty taulukossa 9. Lognormaalisen jakauman määrittämiseen tarvitaan parametrit  $\lambda$  ja  $\xi$ , jotka saadaan keskiarvon ja variaatiokertoimen avulla seuraavasti:

$$\lambda = \ln\left(\frac{m}{\sqrt{1+c^2}}\right) \quad (6.21)$$

$$\xi = \sqrt{\ln(1+c^2)} \quad (6.22)$$

Taulukko 9 Muuttujien jakaumien määrittäminen.

	Symboli	Yksikkö	Jakauma	Keskiarvo	Keskiahajonta	Variaatiokerroin	Lähde	Kommentti	
<b>Rasitus</b>	<b>Pysyvät kuormat</b>								
	Oma paino	$g_0$	MN/m	Normal	0,025	0,00025	0,01	JCSS2	
	Muu tasan jakautunut Pistekuormat	$g_1$	MN/m	Normal	0,045	0,0045	0,1	Sto. mod.	
		$G_1$	MN	Normal	0,78	0,078	0,1	Sto. mod.	
	<b>Muuttuvat kuormat</b>								
	Hyötykuorma								
Tasan jakautunut Pistekuormat	$q_1$	MN/m	Log-normal	0,08	0,04	0,5	Arvio	*	
	$Q_1$	MN	Log-normal	1,337	0,668	0,5	Arvio	*	
<b>Kestävyys</b>	Myötölujuus	$f_y$	N/mm <sup>2</sup>	Log-normal	376,747	26,372	0,07	JCSS3.3	**
	Kimmokerroin	E	N/mm <sup>2</sup>	Log-normal	210000	6300	0,03	JCSS3.3	
	Tuen 1 sijainti	$br_1$	m	Normal	8	1,2	0,15	Arvio	
	Tuen 2 sijainti	$br_2$	m	Normal	16	1,2	0,075	Arvio	
	Tuen 3 sijainti	$br_3$	m	Normal	24	1,2	0,05	Arvio	
	Tukien jäykkyys	K	MN/m	Log-normal	29	11,6	0,4	Arvio	

\* Laskettu 95% fraktiilin perusteella

\*\* Laskettu 5% fraktiilin perusteella

## Kertoimien valinta

Variaatio **sivuttaistukien sijainnissa** perustuu tiedon epävarmuuteen suunnitteluvaiheessa. Alkuperäisissä suunnitelmissa tuet on asetettu keskiarvojen kohdalle palkin neljännespisteisiin. Prosessin edetessä tiedot putkistojen ja muiden laitoksen elementtien tilantarpeesta tarkentuvat, jolloin tukien paikat mahdollisesti muuttuvat. Pienet poikkeamat suunnasta riippumatta ovat todennäköisempiä kuin suuret, sillä tuet pyritään aina sijoittamaan mahdollisimman lähelle alkuperäistä paikkaa. Normaali jakauma soveltuu hyvin tilanteen kuvaamiseen (kuva 32). Kaikkien kolmen tuen jakaumat on intuitiivisesti määritettävä siten, että samansuuruiset absoluuttiset poikkeamat keskiarvoista ovat yhtä todennäköisiä riippumatta tuen alkuperäisestä paikasta. Sijaintien keskihajonnat on tällöin pidettävä yhtä suurina. Nyt variaatiokertoimet poikkeavat, sillä sijaintien keskiarvot edustavat etäisyyttä palkin päästä, ja variaatiokerroin on keskihajonnan ja keskiarvon osamäärä. Vertailuvaiheessa sijainnille kokeillaan myös tasaista jakaumaa, jossa tuen sijainti on yhtä todennäköinen missä tahansa kohdassa määrittelyvälillään. Kolmannessa kokeilussa asetetaan keskihajonta nolllaksi, mikä johtaa sijaintien vakioarvoihin (keskiarvot). Pistekuormien sijainti on rakenneteknisistä syistä sidottu reunimaisten sivuttaistukien sijaintiin. Tästä huolimatta rasitus ja kestävyys oletetaan toisistaan riippumattomiksi, sillä merkitys on pieni.

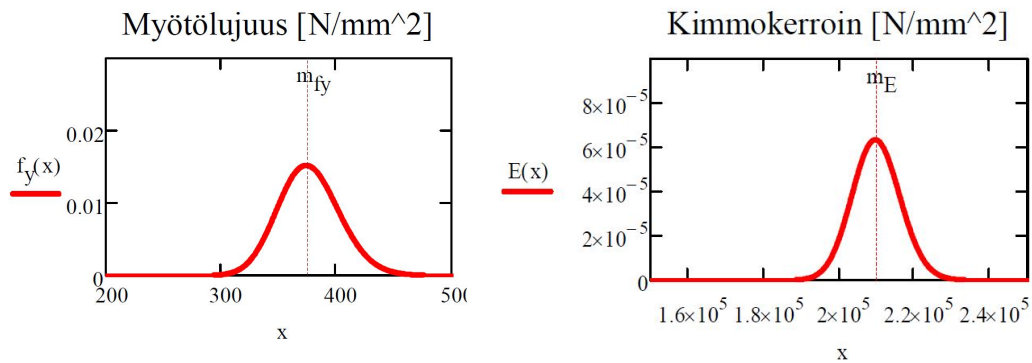
**Tuen jäykkyyden** variaatio on peräisin suunnitelmien epätarkkuuden lisäksi mahdollisista muutostöistä laitoksen myöhemmällä iällä. Jos laitoksen rakenteita on järjesteltävä

uudelleen, vaikutukset tukien jäykkyyteen voivat olla yllättäviä. Todellisen jäykkyyden arvionti on vaikeaa myös siitä syystä, että voimat eivät välttämättä siirry rakenteelta toiselle täydellisesti. Tuen jäykkyyteen vaikuttavat siis kaikki rakenneosat tuettavan palkin ja kiinteän tukipisteen välillä. Epävarmuutta aiheuttavat erityisesti liitosten toteutus sekä tuntuun osallistuvien rakenteiden omat tukiehdot. Variaatiokertoimen oletusarvo 0,4 on silti melko suuri. Tällöin suurikin vaikutus sivuristikon jäykkyyteen otetaan huomioon. Voidaan ajatella, että variaatiokertoimeen sisältyy tällöin jo hieman inhimillisen virheen osuutta, jota ei luotettavuuslaskennassa tulisi huomioida. Tämä on muistettava laskennan tuloksia arvioitaessa. Kuten edellä on mainittu, tuen jäykkyyteen vaikuttaa kokonaisen rakennejärjestelmän yhteistoiminta, joten epävarmuuden lähteitä on paljon. Tästä syystä variaatiokerroin on järkevää pitää korkeana. Vertailuvaiheessa variaatiokertoimelle kokeillaan myös arvoja 0; 0,1 ... 1.

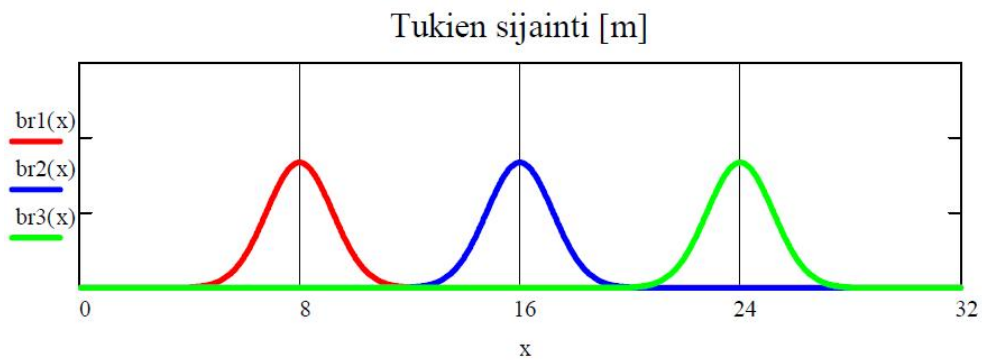
Laskennassa tuen jäykkyyttä käsitellään kuten boolean muuttujaa. Satunnaisarvot, jotka alittavat kynnysjäykkyyden  $K_T$ , pyöristetään nolaksi. Oletus yksinkertaistaa laskentaa, sillä tuen jäykkyyden vaikutus palkin kestävyteen ensimmäisen muodon mukaisilla kiepahduksilla jätetään huomiotta. Se myös pitää laskennan varmallalla puolella, mikä on tässä tilanteessa järkevää. Jos tuen jäykkyys on alentunut kynnysjäykkyyden tasolle asti, voidaan epäillä jonkinlaista vauriota tai suurempaa virhettä, minkä vuoksi on syytä epäillä tuen toimintaa ylipäänsä. Kestävyysvaatimusten täyttyminen tällaisessa tilanteessa on kyseenalaista. Kynnysjäykkyyden ylittyessäkin numeerisella arvolla ei ole merkitystä, sillä vallitseva kiepahdusmuoto kyseiselle tuelle on tällöin aina toinen muoto. Tuki käyttäytyy siis joka tapauksessa kuten täysin jäykkä tuki. Oletusten havainnollistamiseksi jäykkyyden  $K_n$  arvoksi annetaan poimimisen yhteydessä aina joko 0 tai 1000.

**Muuttuvien kuormien** variaatiokertoimen arvioinnissa on käytetty apuna artikkelia *Stochastic models in analysis of structural reliability* [22]. Artikkelissa suositellaan toimistorakennuksen muuttuville hyötykuormille variaatiokerrointa 0,35. Tämän työn laskennassa oletusarvona on 0,5 ja vertailuvaiheessa käydään läpi arvot 0; 0,1 ... 1,0. Kestävyden muuttujien jakaumat esitetään kuvissa 31-33 ja rasituksen eli kuormien jakaumat kuvissa 34 ja 35.

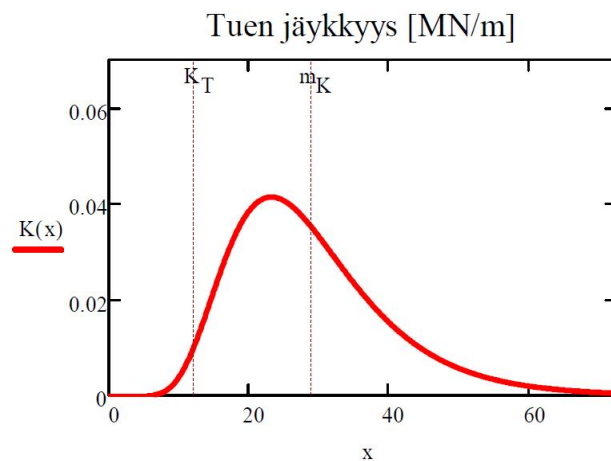
## Kestävyyden muuttujat:



Kuva 31 Materiaaliominaisuuksien jakaumat.

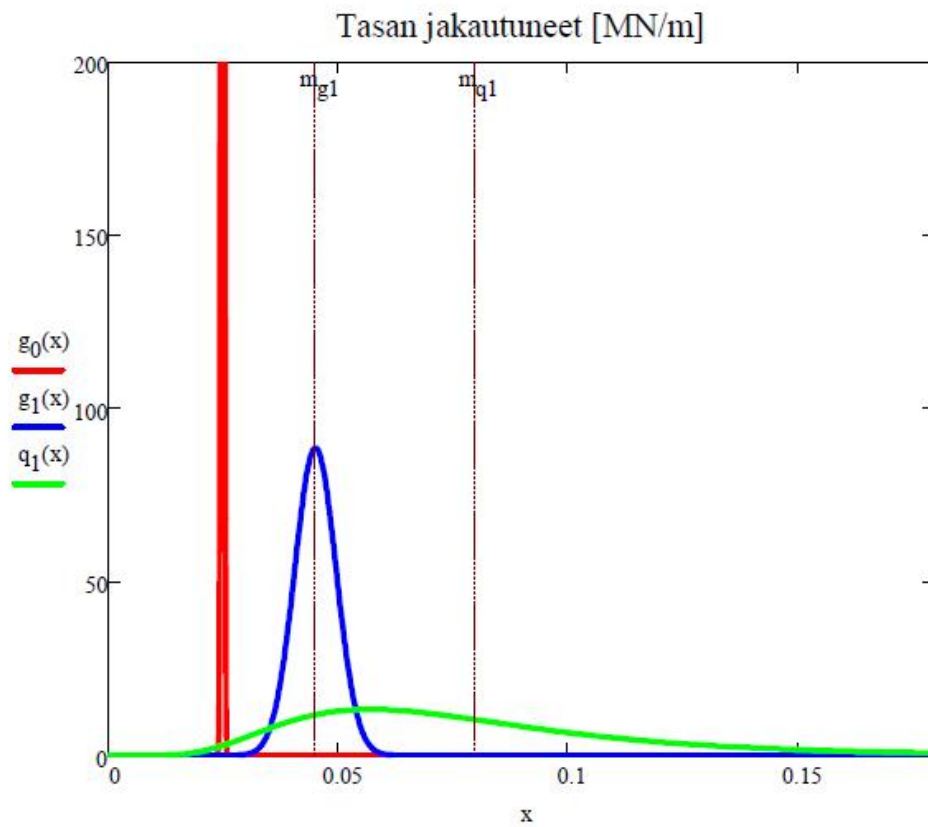


Kuva 32 Sivuttaistukien sijaintien jakauma.

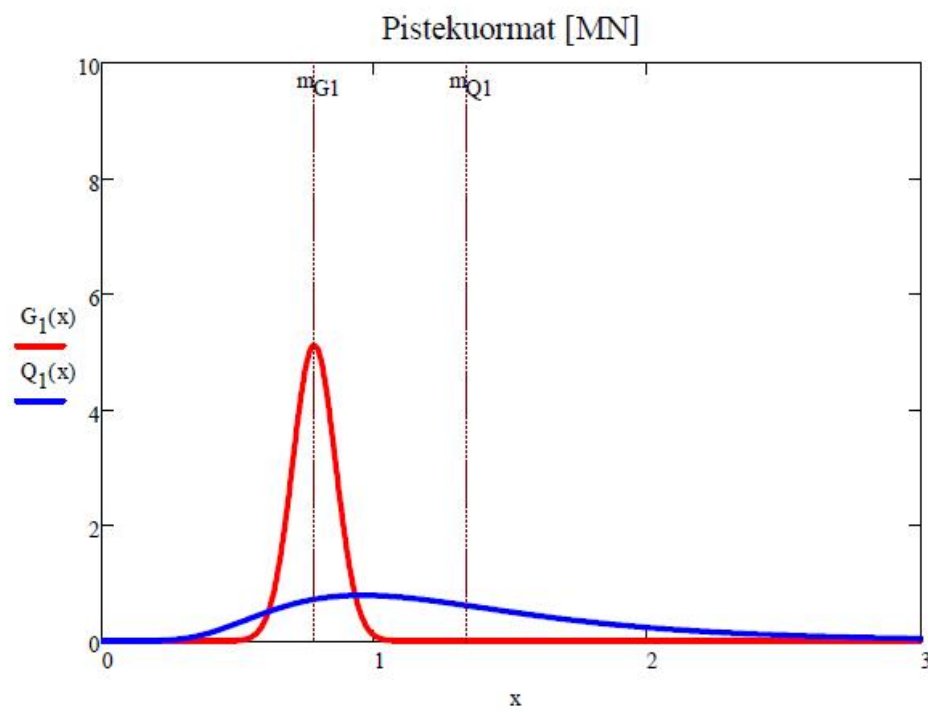


Kuva 33 Yksittäisen tuen jäykkyyden jakauma.  $K_T$  on kynnysjäykkyys.

**Rasituksen muuttujat:**



*Kuva 34 Tasan jakautuneiden kuormien jakaumat.*



*Kuva 35 Pistekuormien jakaumat.*



Kun muuttujien jakaumat on määritetty, aloitetaan laskenta poimimalla jakaumista satunnaisarvoja *Monte Carlo simulaation* avulla. Otokoko  $M$  on  $10^5$ . Jokaiselle muuttujalle saadaan näin satunnaisvektori, joka sisältää  $M$  alkia. Tästä eteenpäin kaikki laskennassa käytettävät muuttujat, jotka riippuvat simuloituista muuttujista, ovat satunnaisvektoreita. Yhdellä tapauksella  $n$  jakaumista poimitaan 13 itsenäistä arvoa:

$$fy_n, E_n, br1_n, br2_n, br3_n, K1_n, K2_n, K3_n, g0_n, g1_n, G1_n, q1_n \text{ ja } Q1_n$$

$$M = 10^5$$

$$n = 1, 2 \dots M$$

## Kiepahdussegmentit

Palkki voidaan jakaa jäykkien tukien kohdilta segmentteihin, joille tehdään kiepahdus-tarkastelu erikseen. Segmenttijako on tapauskohtainen riippuen toiminnallisten tukien määrästä ja paikoista. Laskentaa varten jokaiselle segmentille on määritettävä pisteet 1 ... 5. Normaalitilanteessa segmenttejä on neljä. Merkitään segmentin indeksia  $i$ :llä ja pisteen indeksia  $j$ :llä. Segmenttien pituudet voidaan laskea tukien simuloituista arvoista ottamalla huomioon vain toimivien tukien paikat. Nyt voidaan määrittää myös välipisteet ja tallentaa kaikki laskennassa tarvittavat pisteet tensoriin  $X\_Points$  seuraavasti:

$$X\_Points := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 2..4 \\ \text{for } j \in 1, 2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow (Xstart_i) + \frac{j-1}{4} \cdot (Lseg_i) \\ t \end{array} \quad (6.23)$$

missä

$Xstart_i$  Segmentin  $i$  alkupiste

$Lseg_i$  Segmentin  $i$  pituus

$Xstart_i$  ja  $Lseg_i$  ovat segmentin  $i$  tunnettuja satunnaisvektoreita, joissa on  $M$  alkia. Tällöin  $X\_Points$ :ssa on  $M*4*5$  alkia.  $X\_Points_n$  on matriisi, joka sisältää tapauksen  $n$

kaikki 20 laskentapistettä.  $X\_Points_{i,j}$  sen sijaan on vektori, jossa on pisteen  $i, j$  sijainti kaikilla tapauksilla  $n = 1 \dots M$ .

Kun tuen jäykkyyden laskenta-arvo on nolla, tuen voidaan sanoa häviävän. Jos yksi tai useampi tuki häviää, segmenttien määrä putoaa vastaavasti. Pisteiden määrittelyssä käytetty algoritmi on ohjelmoitu siten, että katoavien segmenttien kaikki pisteet kasautuvat palkin loppuun. Tällä on merkitystä lopullisten rasitus- ja kestävyysvektoreiden määrittämisessä.

### 6.3.2 Rasitus S

Rasitusvektoreiden alkiot määritetään laskemalla toteutuvat voimasuureet kullekin tapaukselle simulaatiolla poimitujen arvojen perusteella. Rasitukset lasketaan siis  $M$  kertaa, jolloin vektoreiden  $S$  pituus on  $M$ . Määritetään ensin **taivutusmomentin** arvot laskentapisteissä. Näitä ovat kiepahdussegmenttien päätte- ja välipisteet sekä maksimimomentin kohta. Oletetaan momentti lineaariseksi pisteiden välillä, jolloin maksimimomentti sisältyy segmenttien pisteiden arvoihin. Kuormien yhdistely tehdään luotettavuuslaskennassa ilman osavarmuuslukuja:

$$\begin{array}{l} \text{Tasan ja-} \\ \text{kautuneet:} \end{array} \quad p = g_0 + g_1 + q_1 \quad (6.24)$$

$$\text{Pistekuormat:} \quad P = G_1 + Q_1 \quad (6.25)$$

Kuormien aiheuttamat momentit jokaisessa laskentapisteessä lasketaan nyt vektoreilla skalaarien sijaan:

$$\begin{array}{l} \text{Tasainen kuorma:} \end{array} \quad M_p := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 2 \dots 4 \\ \text{for } j \in 1, 2 \dots 5 \\ t_{i,j} \leftarrow \left[ \overrightarrow{\left( p \cdot X\_Points_{i,j} \right) \cdot \frac{L}{2} \cdot \left( 1 - X\_Points_{i,j} \cdot \frac{1}{L} \right)} \right] \end{array} \right|_t$$

$$\text{Pistekuorma 1: } M_{P1} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 2..4 \\ \text{for } j \in 1, 2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..M \\ s_k \leftarrow \begin{array}{l} \frac{P_k \cdot b_{1_k} \cdot (X\_Points_{i,j})_k}{L} \text{ if } (X\_Points_{i,j})_k \leq a_{1_k} \\ \frac{P_k \cdot a_{1_k} \cdot [L - (X\_Points_{i,j})_k]}{L} \text{ otherwise} \end{array} \\ s \end{array} \\ t \end{array}$$

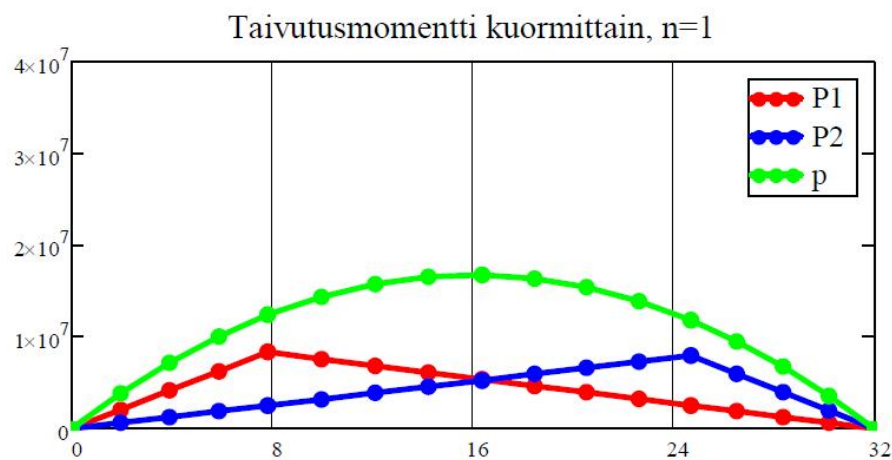
$$\text{Pistekuorma 2: } M_{P2} := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1, 2..4 \\ \text{for } j \in 1, 2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..M \\ s_k \leftarrow \begin{array}{l} \frac{P_k \cdot b_{2_k} \cdot (X\_Points_{i,j})_k}{L} \text{ if } (X\_Points_{i,j})_k \leq a_{2_k} \\ \frac{P_k \cdot a_{2_k} \cdot [L - (X\_Points_{i,j})_k]}{L} \text{ otherwise} \end{array} \\ s \end{array} \\ t \end{array}$$

Yhteisvaikutus:  $M_{Tot} := M_p + M_{P1} + M_{P2}$

Tensori  $M_{Tot}$  sisältää nyt kaikkien pisteiden kokonaismomentin kaikissa tapauksissa. Momentit voidaan erotella tapauksittain jakamalla momenttitensori matriiseihin:

$$M_{\text{per\_case } n} := \begin{bmatrix} (M_{Tot1,1})_n & (M_{Tot1,2})_n & (M_{Tot1,3})_n & (M_{Tot1,4})_n & (M_{Tot1,5})_n \\ (M_{Tot2,1})_n & (M_{Tot2,2})_n & (M_{Tot2,3})_n & (M_{Tot2,4})_n & (M_{Tot2,5})_n \\ (M_{Tot3,1})_n & (M_{Tot3,2})_n & (M_{Tot3,3})_n & (M_{Tot3,4})_n & (M_{Tot3,5})_n \\ (M_{Tot4,1})_n & (M_{Tot4,2})_n & (M_{Tot4,3})_n & (M_{Tot4,4})_n & (M_{Tot4,5})_n \end{bmatrix}$$

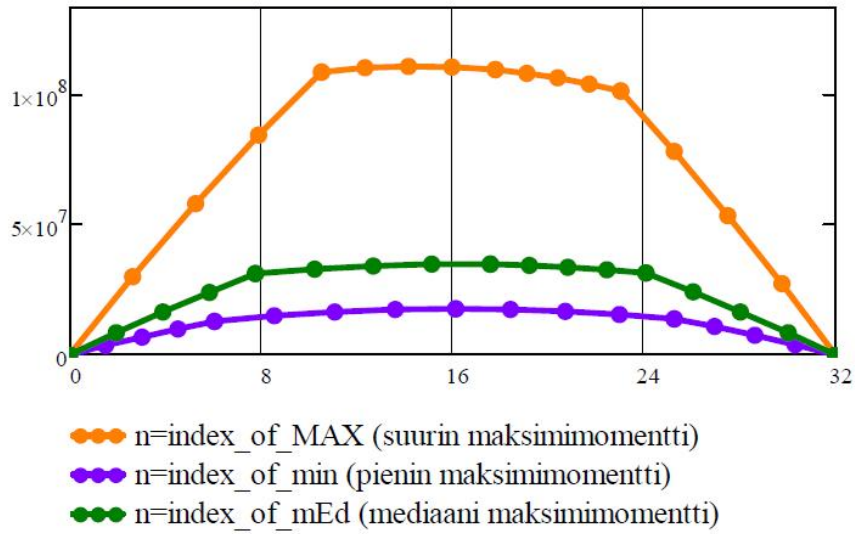
$M_{per\_case_n}$  sisältää siis tapauksen  $n$  kokonaismomentit jokaisen segmentin jokaisessa pisteessä, kun rivi edustaa segmenttiä (1-4) ja sarake pisteen sijaintia segmentillä (1-5). Kaikkien pisteiden sijainnit ja momentit ovat nyt tiedossa, joten voidaan piirtää kuvaajia valituille tapauksille. Kuvassa 36 on esitetty taivutusmomentin arvot laskentapisteissä pistekuormille sekä tasan jakautuneelle kuormalle simuloinnin ensimmäisellä tapauksella ( $n = 1$ ). Kuva 37 esittää kaikkien kuormien yhteenlasketun taivutusmomentin kolmella eri tapauksella, joista yksi on kaikista suurimman momentin tuottama tapaus ( $n = index\_of\_MAX$ ), yksi pienimmän maksimimomentin ( $n = index\_of\_min$ ) ja yksi mediaani maksimimomentin ( $n = index\_of\_mEd$ ) tuottama tapaus.



Kuva 36 Tasan jakautuneen kuorman ja pistekuormien taivutusmomenttikuvaajat yhdellä tapauksella.

Kokonaismomenttikuvaajia vertaamalla voi nähdä pisteiden paikkojen vaihtelun tapauksen välillä. Yhden tapauksen kuormittaisissa kuvaajissa pisteet ovat sen sijaan samalla kohdalla. Kokonaismomenttikuvaajien vertailu antaa lisäksi jonkinlaista käsitystä momentin variaation suuruudesta. Koska tapaus  $n = index\_of\_MAX$  antaa suurimman momentin arvon otoskolla  $M = 10^5$ , todennäköisyys sille, että satunnainen momentin maksimiarvo ylittää tämän arvon on pienempi kuin  $10^{-5}$ . Sama voidaan todeta toisen ääripään arvoista. Todennäköisyys sille, että maksimimomentti alittaa tapauksella  $n = index\_of\_min$  saadun arvon, on niin ikään pienempi kuin  $10^{-5}$ . Mediaani ja maksimitapausten väliin sijoittuu puolet otoksen tapauksista, ja vastaavasti toinen puoli minimin ja mediaanin väliin.

### Kokonaismomentti ääri- ja mediaanitapauksilla



Kuva 37 Suurimman, pienimmän ja mediaani maksimimomentin tuottaman tapauksen taivutusmomenttikuvaajat.

Taivutusmomentin rasitusvektorit  $\{S\}$  sisältyvät nyt kokonaisuudessaan momenttitensooriin  $M_{Tot}$ . Koska mitoittava momentti on suurin segmentin alueella esiintyvä arvo, on esimerkiksi segmentin 1 rasitusvektorin ensimmäinen alkio tapauksen  $n = 1$  momenttimatriisin ensimmäisen rivin maksimi-arvo:

$$\{S_{seg1}\}_1 = \max\{M\_per\_case_{1,j}\}_1 \quad (6.26)$$

Tätä logiikkaa käyttäen, voidaan muodostaa segmentin 1 rasitusvektori:

$$\text{MaxM\_seg}_1 := \left[ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ \quad t_n \leftarrow \max \left[ \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..5 \\ \quad s_j \leftarrow (M_{Tot1,j})_n \\ \quad s \end{array} \right] \\ t \end{array} \right] \quad (6.27)$$

Näin for-silmukka käy läpi segmentillä esiintyvät momentin arvot ja sijoittaa niistä suurimman rasitusvektoriin  $\text{MaxM\_seg}_1$  tapauksen indeksin  $n$  osoittamalle paikalle. Vasentaavat poiminnat tehdään myös muille segmenteille. Lisäksi voidaan poimia globaalit

maksimimomentit, joita tarvitaan poikkileikkauksen kestävyuden tarkastuksissa. Tällöin vektoriin sijoitetaan maksimiarvo koko jänteen alueelta:

$$\text{MaxM} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \max(M_{\text{per\_case}_n}) \\ t \end{array} \right. \quad (6.28)$$

**Leikkausvoiman** osalta laskentapisteinä käytetään ainoastaan palkin päitä ( $x = 0$ ,  $x = L$ ). Rasiusvektoreita tulee tällöin kaksi, jotka edustavat leikkausvoiman arvoja eri päissä. Keski- ja ääriarvoiksi saadaan:

	<u>Leikkausvoima <math>V_0</math></u>	<u>Leikkausvoima <math>V_L</math></u>
Minimi:	$\min(V_0) = 2,363\text{MN}$	$\min(V_L) = 2,287\text{MN}$
Keskiarvo:	$\text{mean}(V_0) = 4,507\text{MN}$	$\text{mean}(V_L) = 4,507\text{MN}$
Mediaani:	$\text{median}(V_0) = 4,355\text{MN}$	$\text{median}(V_L) = 4,359\text{MN}$
Variaatiokerroin:	$c_{V_0} = 0,210$	$c_{V_L} = 0,210$
Maksimi:	$\max(V_0) = 13,192\text{MN}$	$\max(V_L) = 12,744\text{MN}$

### 6.3.3 Kestävyys R

Palkin kestävyys lasketaan luvun 4.2 tapaan, kuten laskennan ensimmäisessä osassa, käyttäen tällä kertaa vektoreita. Rakenteen kestävyys eri murtotapojen suhteen lasketaan siis  $M$  kertaa, kuten tehtiin rasiuksillekin. Lisäksi luotettavuuslaskenta suoritetaan ilman osavarmuuslukuja. Koska palkin poikkileikkauksen geometria on vakio, variaatio poikkileikkauksen kestävydessä riippuu ainoastaan myötölujuuden  $f_y$  variaatiosta. Poikkileikkauksen kestävyuden ääri- ja keskiarvot voimasuureille (kaavat (4.16) ja (4.23) ilman osavarmuuslukuja):

	<u>Taivutusmomentti M</u>	<u>Leikkausvoima V</u>
Minimi:	$\min(M_{pl,R}) = 122,47\text{MNm}$	$\min(V_{pl,R}) = 31,47\text{MN}$

Keskiarvo:	$\text{mean}(M_{pl.R})=163,89\text{MNm}$	$\text{mean}(V_{pl.R})=42,11\text{MN}$
Mediaani:	$\text{median}(M_{pl.R})=163,49\text{MNm}$	$\text{median}(V_{pl.R})=42,01\text{MN}$
Variaatiokerroin:	$c_{M_{pl.R}}=0,07$	$c_{V_{pl.R}}=0,07$
Maksimi:	$\text{max}(M_{pl.R})=219,64\text{MNm}$	$\text{max}(V_{pl.R})=56,44\text{MN}$

**Kiepahdukestävyyden** laskennassa ongelmaksi muodostuu segmenttien lukumäärän vaihtelu tapauksesta riippuen. Tapaukset, joilla segmenttiä  $i$  ei esiinny, on jätettävä huomiotta  $i$ :n kestävyuden laskennassa. Olemattoman segmentin kaikki pisteet sijaitsevat palkin loppupäässä, joten sen pituus on nolla. Laskennassa tällaisten segmenttien kestävyys asetetaan myös nolaksi. Tämän jälkeen nollarivit karsitaan ja saadaan segmenttikohtainen kestävyysvektori  $M_{b.R.i}$ . Segmenttikohtaiselle rasitusvektorille on tehtävä samoin, mikä onnistuu vastaavasti. Maksimimomentit on tallennettu vektoriin  $MaxM_{seg_i}$  ja olemattomalle segmentille arvo on valmiiksi nolla, sillä kaikki momentin arvot on laskettu palkin päässä. Mitoitusmomentit tallennetaan vektoriin  $M_{Ed_{seg.i}}$ . Vektoreiden pituudet edustavat siis lukumäärää tapauksille, joilla segmentti  $i$  esiintyy. Pituuksissa esiintyy eroja segmenttien välillä, mutta segmentin sisällä pituuksien tulee olla samat:

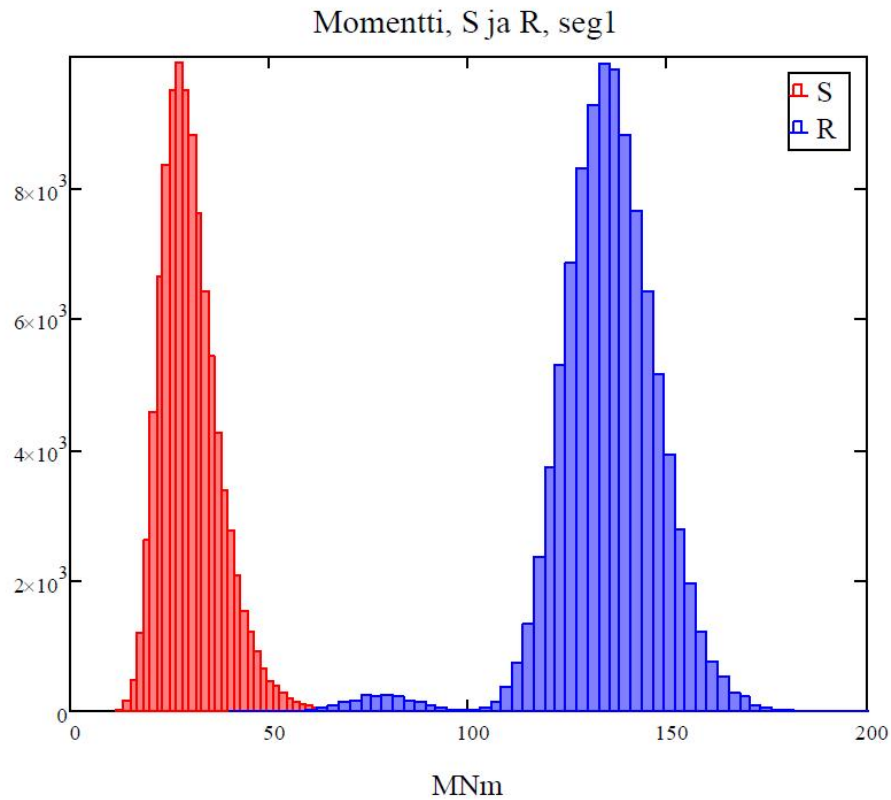
$\text{length}(M_{b.R.i}) =$	$\text{length}(M_{Ed_{seg_i}}) =$
100000	100000
100000	100000
99895	99895
94156	94156

Segmentti 1 on olemassa jokaisella tapauksella, joten sen pituus on sama kuin otoskoko  $M$ . Segmentti 4 esiintyy ainoastaan silloin kuin kaikki kolme tukea ovat toiminnallisia, ja sen vektoreiden pituus edustaa näiden tapausten lukumäärää. Segmentillä 3 pituus kertoo tapausten lukumäärän, joissa tukia on vähintään kaksi ja niin edelleen.

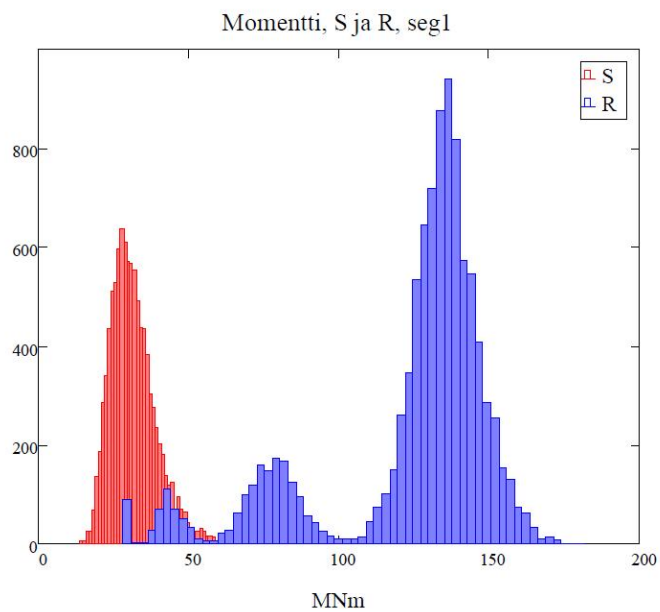
**Leikkauslommahduskestävyyden** laskenta sujuu helpommin, sillä vektoreiden pituus on aina  $M$ . Lommahduskestävyys määritetään palkin reunakentissä rasituksen tapaan. Variaatiota kestävyyden arvoihin aiheuttaa myötölujuuden lisäksi ainoastaan levykenttien pituus.

Segmenttien ja levykenttien kestävyydet voidaan nyt esittää histogrammeina. Kuvassa 38 on esitetty segmentin 1 kestävyyden ja rasituksen histogrammit. Kestävyyden jakaumasta voidaan havaita kolme erikokoista keskittymää. Koska sivuttaistuen hävitessä kiepahduspituus kasvaa huomattavasti, myös kestävyys alenee tällöin selvästi. Keskittymät edustavatkin kestävyiden arvoja kiepahdustukien eri lukumäärillä. Suurin todennäköisyys ja kestävyys on tapauksilla, joilla toimivia tukia ovat kaikki kolme. Toinen keskittymä koostuu tapauksista, joissa tukia on kaksi. Tapaukset, joissa tukia on vähemmän, ovat sen verran epätodennäköisiä, että niitä on vaikeampi erottaa histogrammista. Vertailun vuoksi ohessa esitetään kuva 39, jossa on vastaavat histogrammit, kun tuen jäykkyyden variaatiokerroin on suuri ( $c_K = 1,0$ ). Tällöin kaikki mahdolliset lukumäärät (0-3) toimiville tuille ovat selvästi havaittavissa kestävyiden histogrammista. Tukien lukumäärän pudotessa yhdellä segmentin kiepahduspituus likimääräisesti tuplaantuu ja kestävyys vastaavasti putoaa 40-50%.





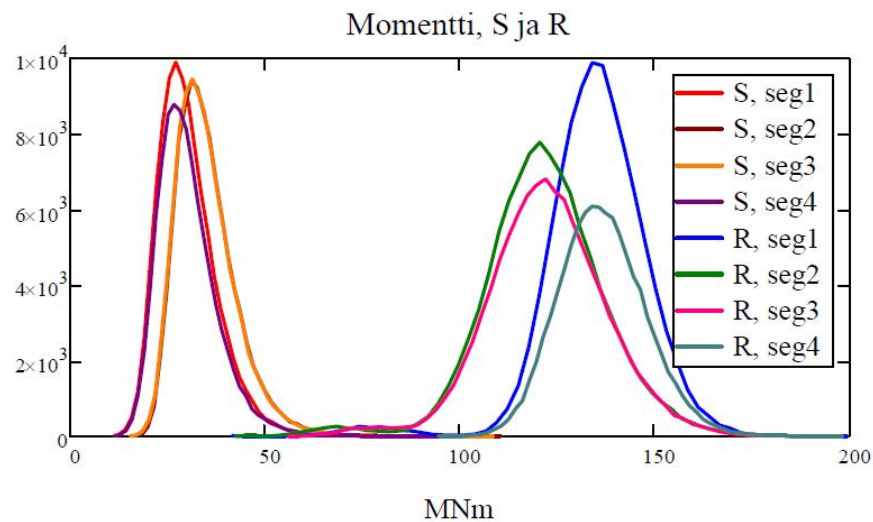
Kuva 38 Segmentin 1 rasitus ja kestävyys histogrammeina.



Kuva 39 Segmentin 1 rasitus ja kestävyys, kun tuen jäykkyyden variaatiokerroin on suuri ( $c_K = 1,0$ ).

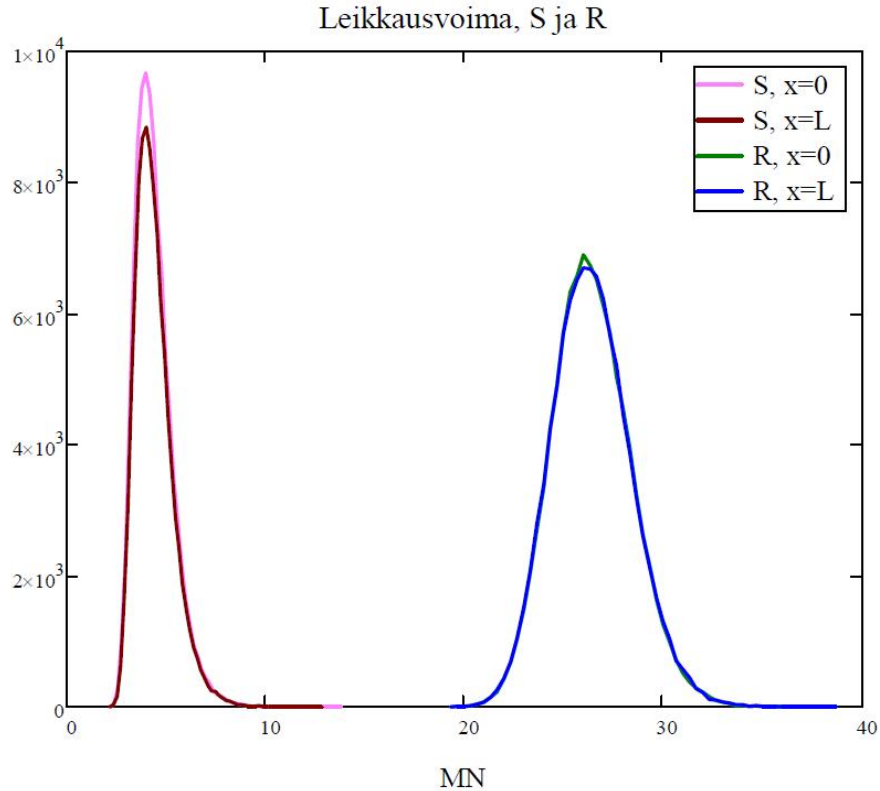
Kuvassa 40 esitetään kaikkien segmenttien rasitukset ja kestävyudet. Segmenttien 2 ja 3 kestävyudet saavat hieman pienempiä arvoja kuin 1 ja 4. Tämä johtuu momenttipinnan

vaikutuksesta kiepahduskestävyyteen, sillä palkin keskellä momentin arvot ovat suhteellisen suuria koko segmentin pituudella. Reunimmaisissa segmenteissä momentti on aina toisessa päässä nolla. Eroja kuvaajiin syntyy myös segmenttikohtaisten vektoreiden eroavista pituuksista. Segmentti 1 on olemassa kaikilla tapauksilla  $n$ . Segmentti 4 vain silloin, kun kaikki tuet ovat toimivia.



*Kuva 40 Kaikkien segmenttien rasitukset ja kestävyudet.*

Kuvassa 41 esitetään vastaavat kuvaajat leikkauslommahdukselle. Eri päitä edustavat kuvaajat myötäilevät nyt toisiaan, sillä levykentät ovat samankaltaisia sekä rasituksen että kestävyuden osalta.



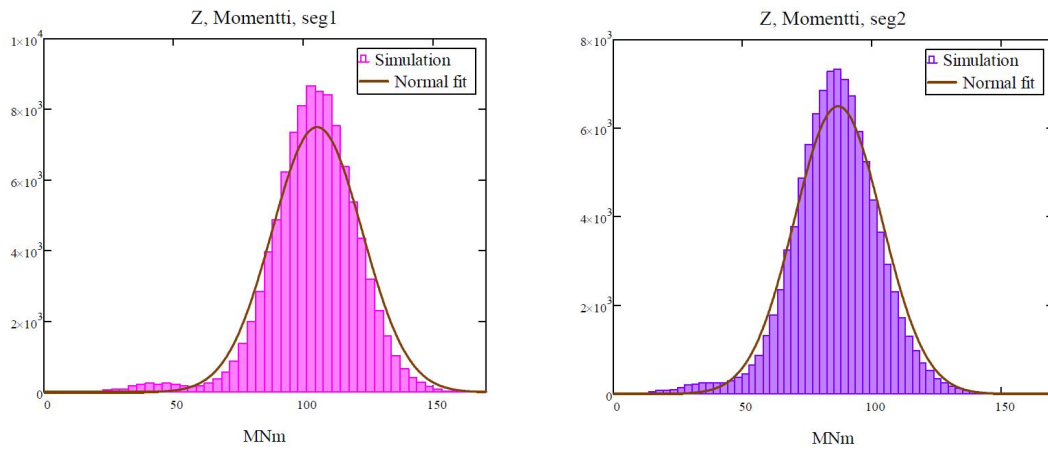
Kuva 41 Uuman reunimmaisten levykenttien rasitukset ja lommahduksestävyydet.

### 6.3.1 Luotettavuuden mittarit

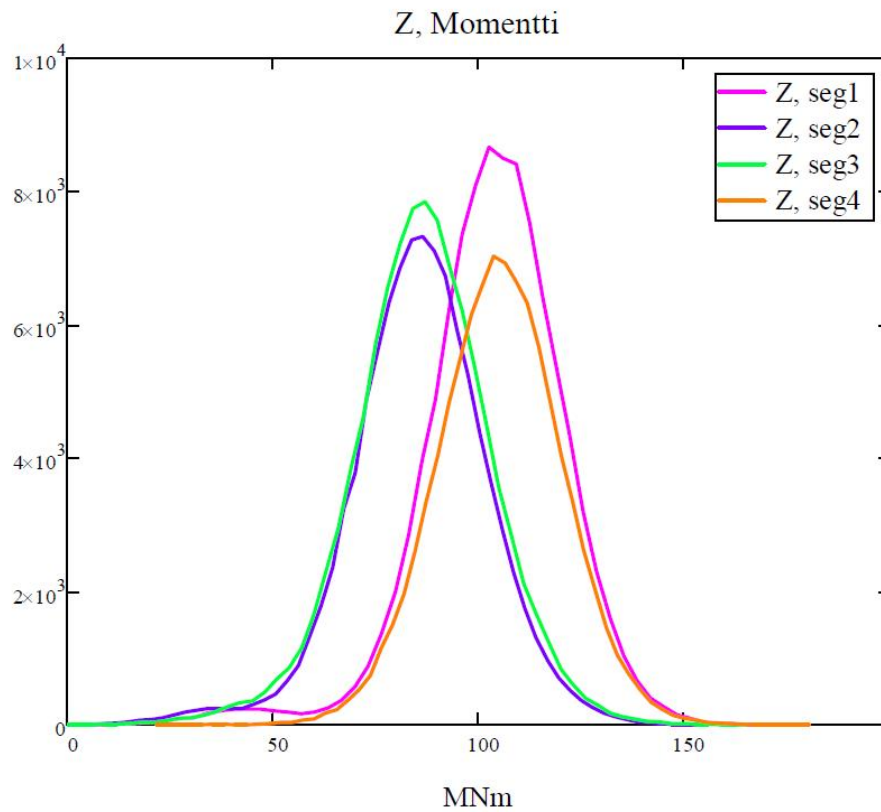
Varmuusmarginaali  $Z$  saadaan kestävyiden ja rasituksen erotuksena. Myös  $Z$  siis määritetään erikseen jokaiselle segmentille ja eri murtotavoille. Segmenttien varmuusmarginaalit:

$$Z_{M_i} := M_{b.R_i} - M_{Ed\_seg_i} \quad (6.1)$$

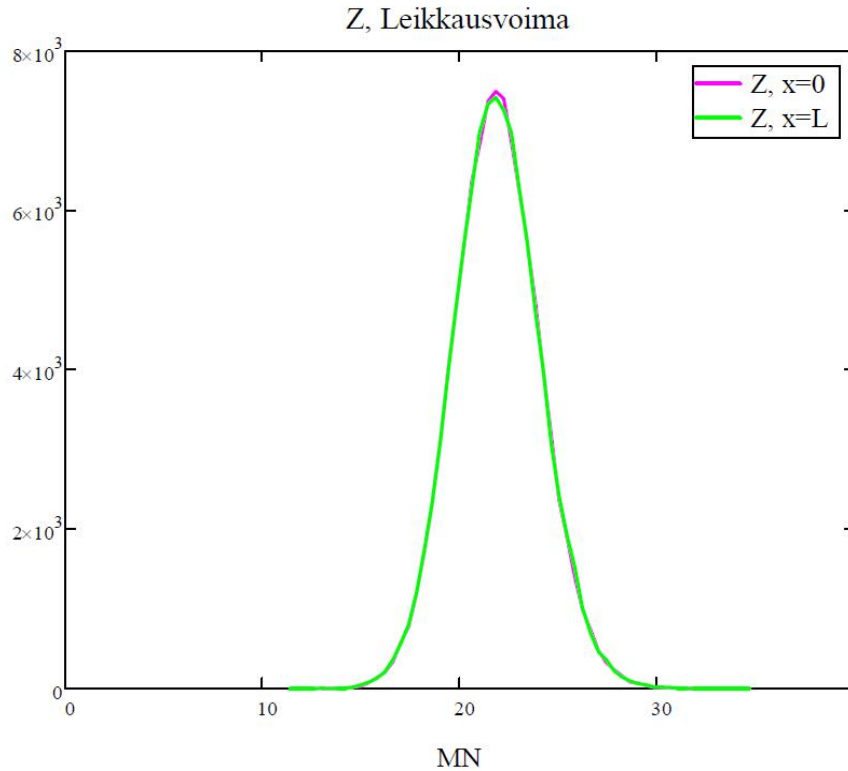
Varmuusmarginaalin histogrammit kiepahduksen suhteen esitetään erikseen segmenteille 1 ja 2 kuvassa 42 ja kaikille yhdessä kuvassa 43. Leikkauslomahduksen histogrammit esitetään kuvassa 44. Tukien lukumäärän vaikutus kiepahduksestävyteen näkyy varmuusmarginaalin kuvaajien vasemmassa hännässä. Todennäköisyyskeskittymä alhaisissa arvoissa aiheuttaa poikkeamia normaalijakaumasta, mikä on huomioitava Cornell indeksin arvioinnissa.



Kuva 42 Varmuusmarginaali Z segmenteille 1 ja 2.



Kuva 43 Varmuusmarginaali Z segmenteittäin.



Kuva 44 Varmuusmarginaali  $Z$  reunimmaisille levykentille.

Palkille määritetään sekä Cornell indeksi että histogrammipohjainen Hasofer-Lind indeksi. Cornell indeksi määritetään varmuusmarginaalien avulla jokaiselle segmentille sekä levykentille. Näistä pienin valitaan koko palkin Cornell indeksiksi. Hasofer-Lind indeksi lasketaan muuntamalla vaurioitumistapausten pisteet standardiavaruuteen, jolloin indeksi on lähimmän pisteen etäisyys origosta.

**Cornell indeksi:**

$$\beta_C = 5,141 \tag{6.2}$$

**Hasofer-Lind indeksi:**

$$\beta_{HL} = 4,217 \tag{6.3}$$

Palkin vaurioitumistodennäköisyys lasketaan vauriotapausten lukumäärän perusteella sekä luotettavuusindekseistä johdettuna.

### Vaurioitumistodennäköisyydet:

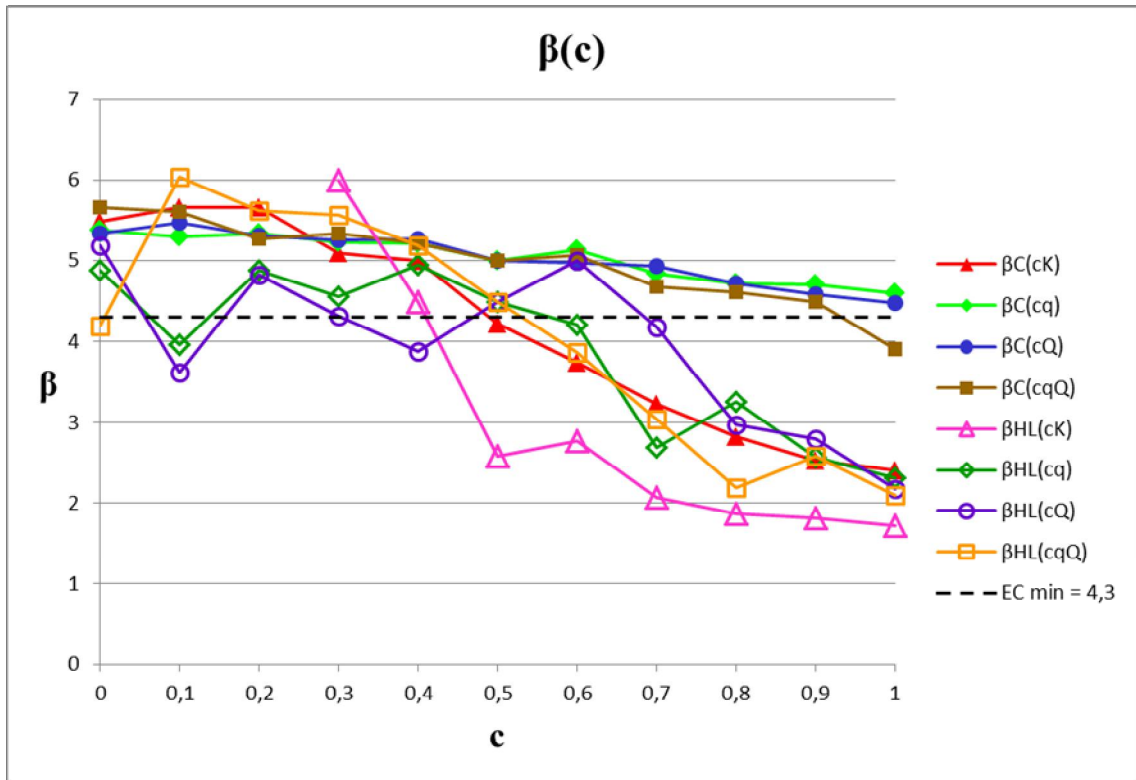
$$P_f = 0,0001 = 10 \times 10^{-5} \quad (6.4)$$

$$P_{f,\beta_c} = 1,367 \times 10^{-7} \quad (6.5)$$

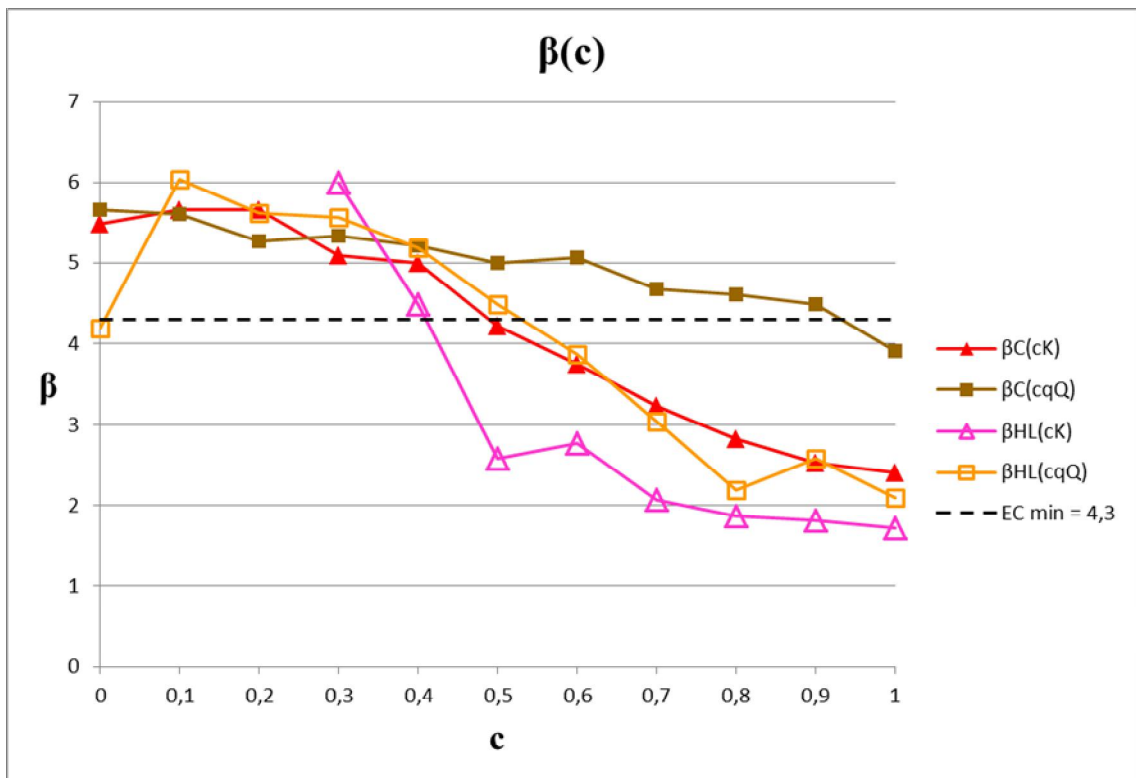
$$P_{f,\beta_{III}} = 1,238 \times 10^{-5} \quad (6.6)$$

### 6.3.2 Herkkyysanalyysi

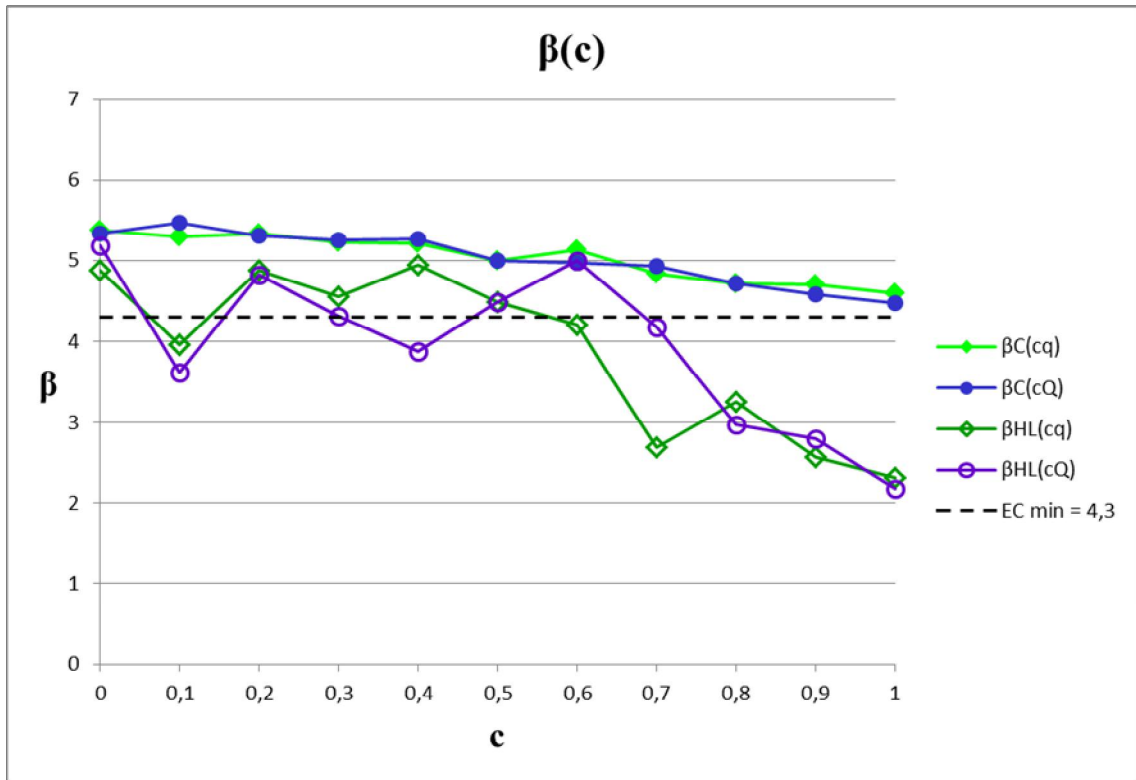
Lopuksi tutkitaan parametrien muutosten vaikutusta luotettavuuden mittareihin. Vaihdeltavia suureita ovat osa variaatiokertoimista sekä kuormien ominaisarvot. Variaatiokertoimia muutetaan itsenäisesti tukien sijainnille ( $c_{br}$ ) ja jäykkyydelle ( $c_K$ ), muuttuvalle osuudelle tasaisesta kuormasta ( $c_q$ ) ja pistekuormista ( $c_Q$ ) sekä molemmille edellä mainituista ( $c_{qQ}$ ). Kuvassa 45 esitetään kaikki kuvaajat yhdessä, kun muuttujien variaatiokerroin juoksee välillä 0; 0,1 ... 1. Kuvassa 46 vertaillaan erikseen tuen jäykkyyden ja muuttuvien kuormien vaikutusta. Vastaava erottelu pistekuormien ja tasaisen kuorman välillä on tehty kuvassa 47. Tukien sijainnin osalta (kuva 48) on tutkittu vain variaatiokertoimen arvoja 0 ja 0,15 sekä tasaista jakaumaa. Kaikki arvot ovat kolmeen laskentakierrokseen perustuvia keskiarvoja. Otokoko herkkyysanalyysissä on vain  $10^4$  laskennan nopeuttamiseksi.



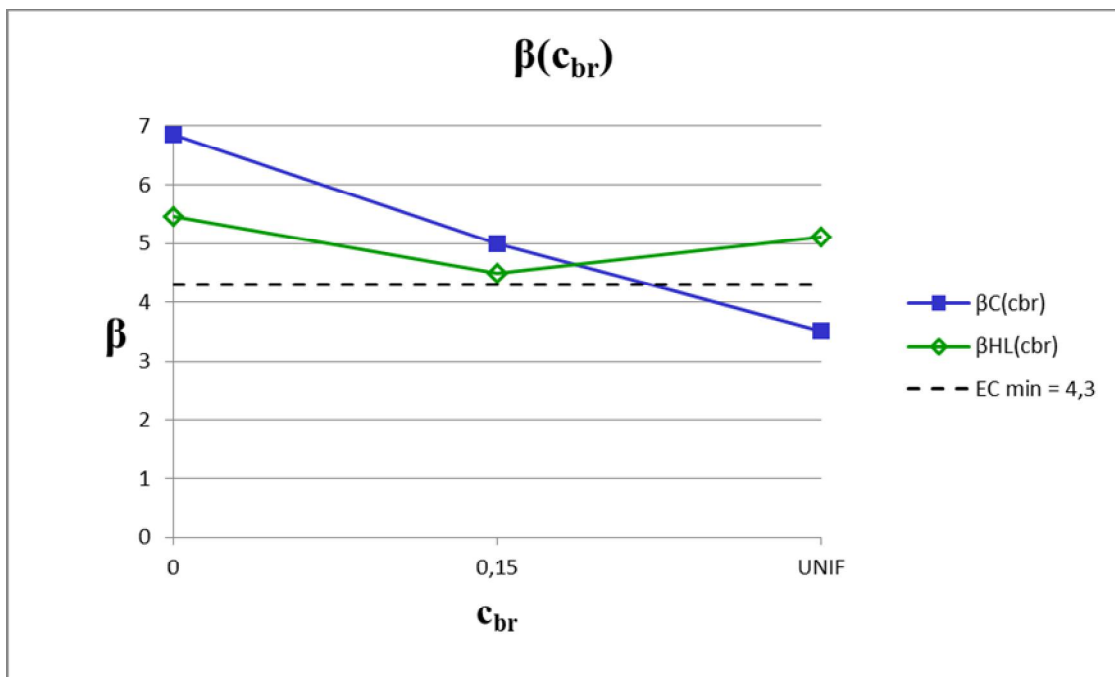
Kuva 45 Variaatiokertoimien vaikutus luotettavuusindeksien arvoihin.



Kuva 46 Tuen jäykkyyden ja muuttuvien kuormien variaatiokertoimien vaikutus luotettavuusindeksien arvoihin.



Kuva 47 Pistekuormien ja tasan jakautuneen kuorman eroteltujen variaatiokertoimien vaikutus luotettavuusindeksien arvoihin.

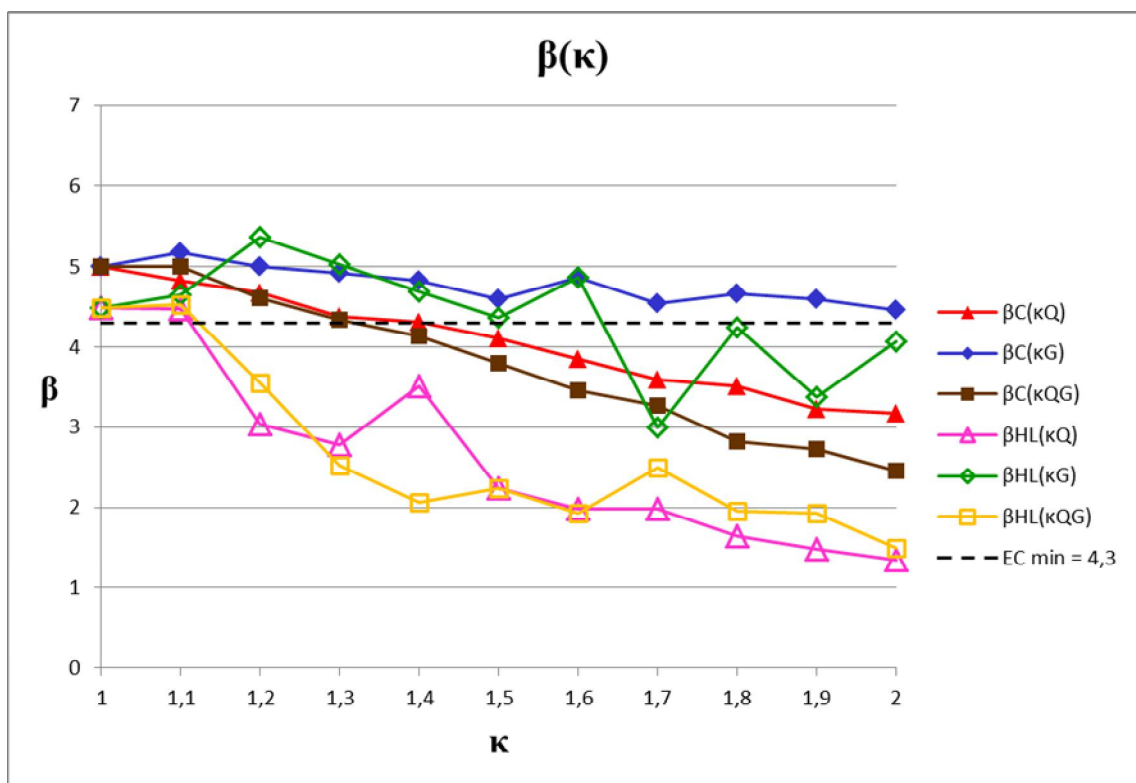


Kuva 48 Tukien sijaintien jakauman vaikutus luotettavuusindeksien arvoihin. Laskettu normaalijakaumalla, kun variaatiokerroin on 0 ja 0,15 sekä tasaisella jakaumalla.



Cornell indeksi antaa selvästi suurempia arvoja kuin Hasofer-Lind indeksi. Tämä johtuu Cornell indeksin oletuksista, jotka ovat tässä laskennassa virheellisiä. Varmuusmarginaalin oletaminen normaalijakautuneeksi ei tässä tapauksessa päde, ja vaurioitumistapaukset liittyvät nimenomaan todennäköisyyskeskittymään kestävyuden alhaisilla arvoilla. Hasofer-Lind indeksin arvot ovat realistisempia, mutta vaihtelevat voimakkaasti. Tämä johtunee histogrammipohjaisen menetelmän käytöstä yhdessä pienen otoskoon kanssa.

Kuormien suuruuden vaikutusta tutkitaan kasvattamalla ominaisarvoja kertoimella  $\kappa$  (= 1; 1,1 ... 2). Kerroin kohdistetaan erikseen muuttuviin ( $\kappa_Q$ ) ja pysyviin ( $\kappa_G$ ) kuormiin sekä molempiin yhtä aikaa ( $\kappa_{QG}$ ). Luotettavuusindeksien muutokset on esitetty kuvassa 49.

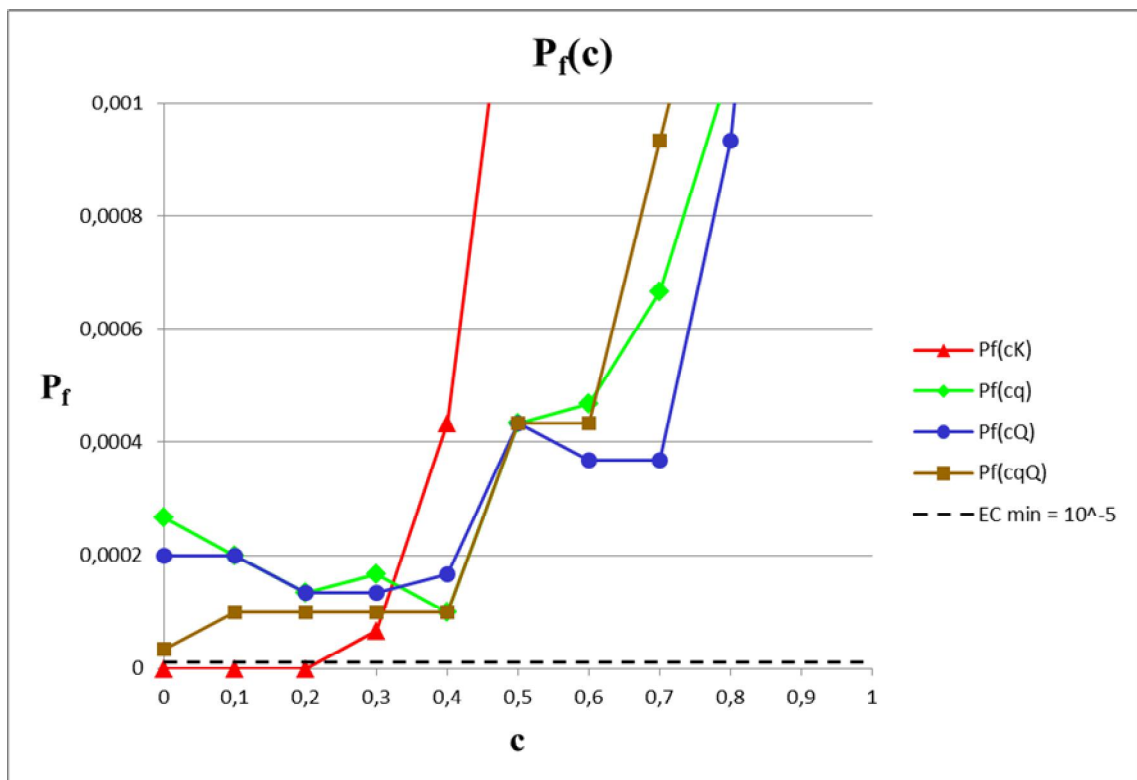


Kuva 49 Muuttuvien ja pysyvien kuormien ominaisarvojen vaikutus luotettavuusindeksien arvoihin.

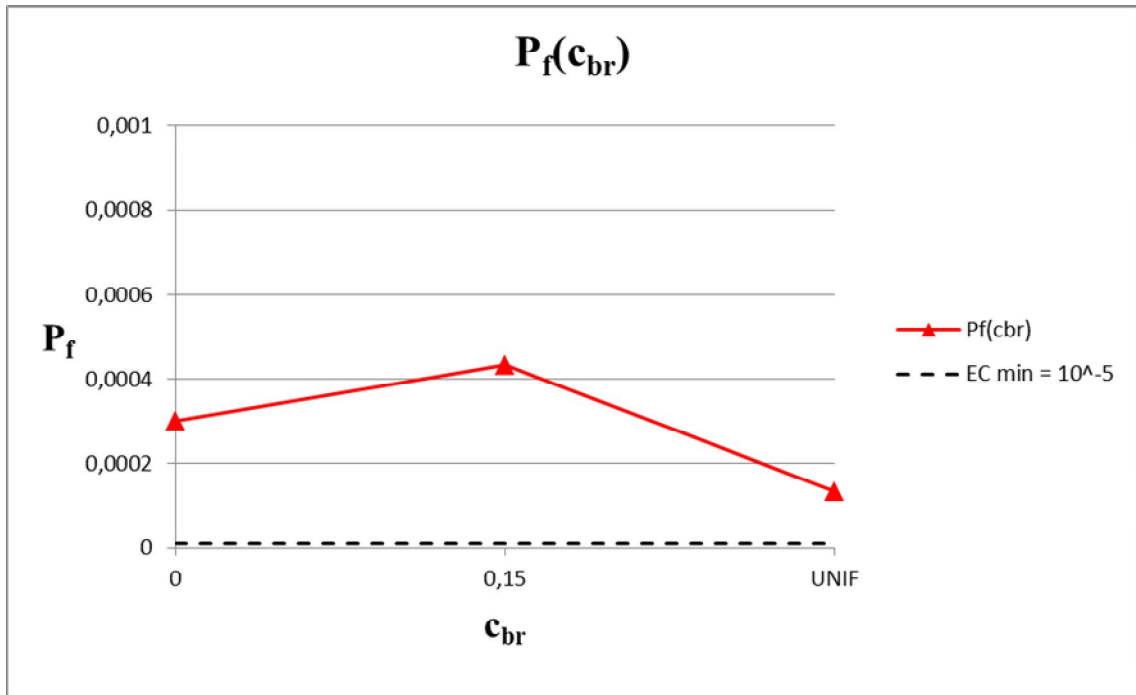
Taulukon 8 mukaan eurokoodin mukainen käyttöaste on noin 1, kun  $\kappa$  saa arvon 1,3 kaikkiin kuormiin kohdistettuna. Kuvasta 49 nähdään, että Cornell indeksi saavuttaa tässä tapauksessa täsmälleen eurokoodin mukaisen ohjearvon 4,3. Pelkkiin muuttuviin

kuormiin kohdistettuna  $\kappa$  voidaan nostaa pykälää ylemmäs arvoon 1,4, joka on jälleen taulukkoa 8 vastaava arvo. Hasofer-Lind indeksi antaa kuitenkin huomattavasti alhaisempia arvoja. Ero johtuu taas Cornell indeksin huonommasta soveltuvuudesta tämän työn asetelmaan, mutta osoittaa sen yhteyden eurokoodiin.

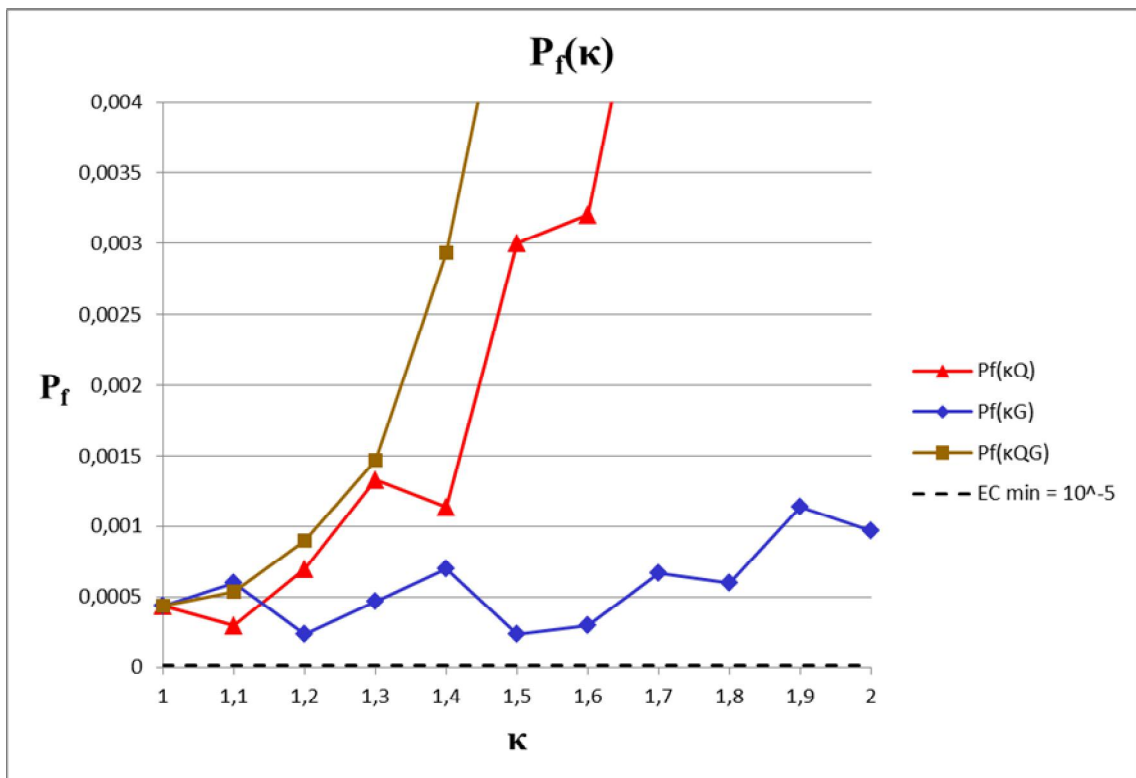
Tehdään samat vertailut vaurioitumistodennäköisyydelle  $P_f$ . Variaatiokertoimien vaikutus esitetään kuvissa 50 ja 51 sekä kuormien suuruuden vaikutus kuvassa 52.



Kuva 50 Variaatiokertoimien vaikutus vaurioitumistodennäköisyyteen.



Kuva 51 Tukien sijaintien jakauman vaikutus vaurioitumistodennäköisyyteen. Laskettu normaalijakaumalla, kun variaatiokerroin on 0 ja 0,15 sekä tasaisella jakaumalla.



Kuva 52 Muuttuvien ja pysyvien kuormien ominaisarvojen vaikutus vaurioitumistodennäköisyyteen.

Vaurioitumistodennäköisyyteen vaikuttaa voimakkaimmin tuen jäykkyyden variaatiokerroin. Kuten kertoimien valinnan yhteydessä on perusteltu, tuen jäykkyyden arviointi on monimutkaista ja variaatiokertoimen valinta haastavaa. Pienellä otoskokoalla tulosten absoluuttisiin arvoihin on myös suhtauduttava kriittisesti. Täten on järkevämpää tutkia kuvaajien muotoa. Herkkyysanalyysi osoittaa, että vaurioitumistodennäköisyys lähtee voimakkaaseen kasvuun, kun tuen jäykkyyden variaatiokerroin nousee suurinpiirtein tasolle 0,3-0,4. Tulosta voidaan tulkita siten, että rakenne sietää tämän verran variaatiota tukien jäykkyydessä. Tätä johtopäätöstä vahvistaa myös oletusarvoilla suoritettu laskelma, jossa variaatiokerroin on 0,4 ja otoskoko  $10^5$ , sillä luotettavuuden mittarit pysyvät näillä arvoilla lähellä sallittuja rajoja.

Kuormien suuruuden vaikutus vastaa jälleen eurokoodin mukaisten käyttöasteiden taulukkoa 8. Kun  $\kappa$  on kohdistettu kaikkiin kuormiin, vaurioitumistodennäköisyys lähtee voimakkaaseen kasvuun arvon 1,3 jälkeen. Pelkästään muuttuviin kuormiin kohdistetuna tämä tapahtuu arvon 1,4 jälkeen. Pelkkää pysyvien kuormien ominaisarvoa kasvatamalla vaurioitumistodennäköisyys ei juuri kasva. Tämä johtuu siitä, että kokonaiskuorma ei nouse tarpeeksi aiheuttamaan lisää vaurioitumistapauksia. Saman voi todeta tukien sijaintien variaatiokertoimesta.

## 6.4 Tulosten yhteenveto

Laskelmien tärkeimmät tulokset on kerätty taulukoihin 10-12. Taulukossa 10 esitetään eurokoodin mukaisen laskennan voimasuureet, kestävyys ja käyttöasteet poikkileikkauksen sekä epästabiiusilmiöiden suhteen.

Taulukko 10 Eurokoodin mukaisen laskennan tulokset.

EC		Kuormien vaikutuksen mitoitusarvo	Rakenteen kestävyys	Käyttöaste
Poikkileikkaus	M	86,24 MNm	145,60 MNm	0,59
	V	10,78 MN	37,44 MN	0,29
Kiepahdus	Seg 1	75,24 MNm	124,74 MNm	0,60
	Seg 2	86,24 MNm	112,96 MNm	<b>0,76</b>
	Seg 3	86,24 MNm	112,96 MNm	<b>0,76</b>
	Seg 4	75,24 MNm	124,74 MNm	0,60
Lommahdus	x = 0	10,78 MN	23,52 MN	0,46
	x = L	10,78 MN	23,52 MN	0,46

Seuraavaksi esitetään luotettavuuslaskennan tulokset. Taulukossa 11 on yhteenveto vaurioitumistapauksista, eli tapauksista, joilla  $R \leq S$ . Tapauksista esitetään indeksi, tukien lukumäärä ja laskentajäykkyydet sekä segmenttien ja levykenttien käyttöasteet.

Taulukko 11 Yhteenveto vauriotapauksista luotettavuuslaskennassa.

Vaurio- tapaukset	Tuet				Käyttöasteet					
					Kiepahdus				Lommahdus	
	Case index	$n_{br}$	K1	K2	K3	Seg 1	Seg 2	Seg 3	Seg 4	x = 0
26463	2	0	1000	1000	1,0162	0,337	0,3769	0	0,2589	0,2602
27938	2	1000	0	1000	0,4562	1,1068	0,3912	0	0,3517	0,3576
39705	1	0	0	1000	1,2477	0,3173	0	0	0,2367	0,2467
50110	1	0	0	1000	1,303	0,4312	0	0	0,2603	0,2604
57526	1	1000	0	0	0,3107	1,088	0	0	0,2329	0,2331
63620	1	0	0	1000	1,0286	0,3554	0	0	0,2274	0,2283
81502	1	1000	0	0	0,2829	1,0178	0	0	0,2053	0,2052
86178	2	1000	0	1000	0,4285	1,0771	0,4254	0	0,3506	0,3507
88999	2	1000	1000	0	0,6023	0,5675	1,1705	0	0,3818	0,387
89380	2	1000	0	1000	0,6398	1,0488	0,4683	0	0,3578	0,388

Lopuksi esitetään luotettavuuden mittarit taulukoissa 12 ja 13. Luotettavuusindeksit ja vaurioitumistodennäköisyydet on määritetty oletusarvojen lisäksi  $\kappa$ :n arvolla 1,3 jolloin eurokoodin mukainen käyttöaste on 1. Kolmanneksi on suoritettu laskenta, kun kaikkien tukien toimivuus on varmistettu asettamalla jäykkyyden variaatiokerroin nolllaksi, jolloin kynnsjäykkyys ylittyy kaikilla tuilla kaikissa tapauksissa. Nämä tulokset esitetään taulukossa 12. Taulukossa 13 verrataan oletusarvoilla saatuja tuloksia laskelmiin, joissa tukijärjestelmä oletetaan tunnetuksi. Tällöin jäykkyyden variaation oletetaan koostuvan

ainoastaan kimmokertoimen variaatiosta  $c_K = c_E = 0,03$ . Kolmanneksi suoritetaan vielä vastaava laskelma, kun keskituki on poistettu eli  $K_2 = 0$ . Punaiseksi värjätyt arvot alittavat eurokoodin tavoitteen. Arvot, jotka ovat lähellä tavoitetta, on värjätty keltaiseksi.

Taulukko 12 Luotettavuuden mittarit oletusarvoilla ja eurokoodin käyttöasteella 1.

Luotettavuus ( $\kappa$ )		Oletusarvot	EC käyttöaste = 1 ( $\kappa = 1,3$ )	EC käyttöaste = 1 ( $\kappa = 1,3$ ) ja $c_K = 0$	Tavoite- arvo
Luotettavuus- indeksi	$\beta_C$	5,14	4,33	4,80	4,3
	$\beta_{HL}$	4,22	2,52	5,13	
Vaurioitumis- todennäköisyys	$P_f$	1,0E-04	1,5E-03	1,0E-04	1,0E-05
	$P_{f,\beta C}$	1,4E-07	7,5E-06	7,9E-07	
	$P_{f,\beta HL}$	1,2E-05	5,9E-03	1,4E-07	

Taulukko 13 Luotettavuuden mittarit oletusarvoilla ja tunnetulla tukijärjestelmällä.

Luotettavuus ( $c_K$ )		Oletusarvot	$c_K=0,03$	$c_{K1}, c_{K3}=0,03$ $K_2=0$	Tavoite- arvo
Luotettavuus- indeksi	$\beta_C$	5,14	5,78	0,71	4,3
	$\beta_{HL}$	4,22		3,63	
Vaurioitumis- todennäköisyys	$P_f$	1,0E-04	3,6E-09	1,8E-03	1,0E-05
	$P_{f,\beta C}$	1,4E-07		2,4E-01	
	$P_{f,\beta HL}$	1,2E-05		1,4E-04	

Taulukoista 12 ja 13 voidaan nähdä suunnitellun käyttöasteen ja tukien toimivuuden vaikutus rakenteen luotettavuuteen. Jäykkyyden variaatiokertoimen ollessa pieni kynnsjäykkyyden alittuminen on hyvin epätodennäköistä. Tällöin myös luotettavuuden mittarit pysyvät selvästi sallituissa arvoissa. Heti, kun tukia alkaa hävitä, vaurioitumistapausten määrä kasvaa huomattavasti. Erityisesti keskimmäisen tuen vaikutus korostuu, sillä jänteen keskisegmenteillä on pienempi kiepahduskestävyys momenttipinnan muodosta johtuen. Käyttöastettakin voidaan nostaa melko paljon, jos tukien toiminta on varmistettu. Jos käyttöaste pidetään alkuperäisessä arvossaan 0,76, ja tuet ovat jäykkiä, simulaatio ei tuota yhtään vaurioitumistapausta edes otoskoolla  $10^5$ . Tällöin vaurioitumistodennäköisyys niin pieni ettei sille saada nollasta eroavaa arvoa. Myöskään histogrammipohjaista Hasofer-Lind indeksiä ei saada tällöin määritettyä, sillä mitoituspisteen  $P^*$  on sijaittava vaurioitumisalueella.

## 7 Johtopäätökset

Teollisuusrakenteiden suunnitteluun sisältyvää epävarmuutta voidaan hallita luotettavuuslaskennan avulla. Laskenta onnistuu monimutkaisellekin rakenteelle, vaikka käytettäisiin muuttujia, joiden jakaumille ei standardeissa anneta ohjeita. Tällöin parametreille on kokeiltava useita arvoja, jotta nähdään arvioinnin merkitys.

Tämän työn esimerkkirakenne sisältää melko paljon muuttujia, jolloin luotettavuuslaskennassa käytettävän otoskoon tulee olla suuri. Otoskoolla on vaikutusta etenkin histogrammipohjaiseen Hasofer-Lind indeksiin, siitä johdettuun vaurioitumistodennäköisyyteen sekä simulaatioon perustuvaan vaurioitumistodennäköisyyteen. Otsokooksi valittiin  $10^5$ , joka oli käsiteltyyn ongelmaan nähden sopiva. Suurempi otoskoko vaatisi huomattavasti enemmän laskentatehoa, mikä saattaa aiheuttaa ongelmia Mathcad-ohjelmalle. Laskenta veisi joka tapauksessa paljon enemmän aikaa. Muistikapasiteetin rajoitukset saattaisivat estää laskennan onnistumisen kokonaan. Jos laskentateknikka olisi parempi, tämänkin työn laskelmia voitaisiin käyttää hyväksi paljon laajemmin. Suuremman otoskoon käyttämisen lisäksi esimerkiksi muuttujien yhteisvaikutusten tutkiminen tulisi helpommaksi.

Kiepahduskestävyyden laskennassa käytetty menetelmä momenttipinnan huomioimiseksi helpottaa automaattista laskentaa huomattavasti, sillä kerroin  $C_I$  lasketaan aina samalla kaavalla. Tällöin kuormitusta voidaan muuttaa mielivaltaisesti ilman muutoksia kaavoihin.

Analysoitu rakenne täytti vaatimukset eurokoodimitoituksen osalta. Luotettavuuden vaatimukset täyttyivät likimäärin lukuunottamatta vaurioitumistapausten lukumäärään perustuvaa vaurioitumistodennäköisyyttä. Herkkyysanalyysin perusteella siihen vaikutti voimakkaimmin variaatio tukien jäykkyydessä. Tästä päätellen olisi järkevää hieman pienentää todennäköisyyttä sille, että tuen jäykkyys alittaa kynnysjäykkyyden, mikä onnistuu kahdella tavalla. Toinen tapa on pienentää jäykkyyden variaatiokerrointa hankkimalla tarkempaa tietoa toteutuvasta jäykistysjärjestelmästä. Helpompi tapa on kuitenkin

kin nostaa jäykkyyden keskiarvoa suunnittelemalla lähtökohtaisesti jäykempi tukirakenne. Myös Hasofer-Lind indeksi alitti tavoitearvon, mutta vain hieman.

Kun tukijärjestelmä oletettiin täysin tunnetuksi ja sen jäykkyyden variaatiokerroimeksi valittiin kimmokertoimen variaatiokerroin 0,03, luotettavuuden mittarit pysyivät selkeästi sallituissa rajoissa, eikä simulaatio johtanut yhteenkään vaurioitumistapaukseen. Kun keskimäinen tuki poistettiin, luotettavuus sen sijaan putosi voimakkaasti eikä täyttänyt enää standardien vaatimuksia.

Muuttuville kuormille käytetty variaatiokerroin 0,5 oli valittu suureksi perustuen teollisuusrakenteiden kuormituksen luonteeseen. Tästä huolimatta luotettavuusindeksien arvot pysyivät hyväksyttävällä tasolla, kun eurokoodin mukainen käyttöaste oli 0,76. Käyttöasteella 1 luotettavuusindeksit pysyivät tavoiterajan yläpuolella, kun tukien jäykkyys oli varmistettu. Kun jäykkyyden variaatiokerroin pidettiin oletusarvossa 0,4, Hasofer-Lind indeksi putosi noin puoleen, mutta Cornell indeksi vain hieman asettuen täsmälleen eurokoodin tavoitearvoon. Variaatiokerroimen muutokset kohdistettiin myös erikseen pistekuormiin ja tasaiseen kuormaan sisältyvään muuttuvaan osuuteen, mutta luotettavuuteen erolla ei ollut merkitystä.

Palkin uuma voisi olla ohuempi, sillä käyttöaste lommahduksen suhteen jäi pieneksi. Myös luotettavuusanalyysissä lommahdus osoittautui erittäin epätodennäköiseksi. On kuitenkin muistettava, että uuman ohentaminen vaikuttaa myös taivutuskestävyyteen pienentämällä poikkileikkauksen tehollista pinta-alaa. Tarvittaessa laippojen paksuutta voitaisiin lisätä, mutta oletettavasti uuman osuus taivutuskestävyydestä on joka tapauksessa pieni.

Tukien sijoittelu ei juuri vaikuttanut palkin luotettavuuteen. Tärkeämpää on tukien lukumäärän säilyttäminen, jolloin kiepahduspituudet eivät radikaalisti muutu. Pienet muutokset eivät alenna luotettavuutta merkittävästi. Tukien riittävä jäykkyys on varmistettava. Tosin vaatimukset ovat sen verran alhaiset, että ne täyttyvät usein ilman ongelmia. Jäykkyydestä on tärkeintä huolehtia asennusvaiheessa sekä muutostöiden aikana ja jälkeen. Tämän työn laskelmissa vaurioitumistapaukseen liittyi aina vähintään yhden sivuttaistuen pettäminen. Jos tukien toiminta on varmistettu, kuormien mitoitusarvoja



voidaan nostaa reilusti. Tällöin luotettavuusindeksit olivat huomattavasti tavoitearvoa suurempia myös eurokoodin käyttöasteella 1. Vauriotapauksiin perustuva vaurioitumistodennäköisyys tosin ylitti sallitun arvon, mutta tuloksen tarkkuus on kyseenalainen, sillä sen arvot vaihtelivat voimakkaasti laskentakierrosten välillä.

Eurokoodin mukainen analyysi ei huomioi tuen riittävän jäykkyyden mahdollista puuttumista. Tätä ei täysin tee myöskään Cornell indeksi, sillä jäykkyyden alhaiset arvot aiheuttavat varmuusmarginaaliin poikkeamia normaalijakaumasta. Poikkeamat vaikuttavat vain hieman Cornell indeksiin varmuusmarginaalin keskiarvon ja keskihajonnan kautta. Cornell indeksin arvo korreloikin hyvin eurokoodimitoituksen kanssa. Eurokoodissa tosin annetaan vaatimus kiepahdustukien kestävyydelle, mikä yleensä varmistaa myös riittävän jäykkyyden. Tämä ei kuitenkaan ole automaattista. Kun jäykistävänä rakenteena toimii esimerkiksi tässä työssä käytetty vaakaristikko, vaikuttaa tuen jäykkyyteen voimakkaasti ristikon jänneväli. Cornell indeksin lisäksi on suotavaa määrittää myös Hasofer-Lind indeksi, mikä onnistuu vaivattomasti histogrammipohjaisella menetelmällä. Jos tukien jäykkyys on turvattu, Hasofer-Lind indeksi antaa jopa suurempia arvoja kuin Cornell indeksi.

Kokonaisuudessaan voidaan sanoa, että eurokoodin ja luotettavuusteorian mukaiset tulokset olivat hyvin lähellä toisiaan. Tämän työn laskelmissa oli jonkin verran epätarkkuuksia, joten tulokset ovat suuntaa antavia. Kun varmuusmarginaaliin syntyy suuria poikkeamia normaalijakaumasta, on kuitenkin selvää, että Cornell indeksi ei riitä kuvaamaan luotettavuutta tarpeeksi tarkasti. Hasofer-Lind indeksi yhdessä suuren otokoon kanssa ratkaisee tämän ongelman.

Suunnitteluun liittyvä epävarmuus on usein sellaista, jota on mahdotonta täysin välttää. Luotettavuuslaskennan avulla epävarmuutta on kuitenkin mahdollista hallita, jolloin rakenteet voidaan mitoittaa suuremmille käyttöasteille. On kuitenkin tärkeää huomioida, että tällöin inhimillisten virheiden mahdollisuus on edelleen olemassa ja ne voivat aiheuttaa vaurioita herkemmin. Kun suunnittelussa käytetään suuria varmuuskertoimia, esimerkiksi rakennusvirheet eivät välttämättä aiheuta vaurioita, vaikka tämä ei olisikaan ollut varmuuskertoimien luotettavuusteoreettinen tarkoitus.

## Lähteet

- [1] The Steel Construction Institute. *Steel Designers' Manual*. Wiley-Blackwell. The Steel Construction Institute, 2012. 1109 s. ISBN: 978-1-4051-8940-8.
- [2] Rautaruukki. *Hitsatut profiilit EN 1993 -käsikirja*. Rautaruukki Oyj, Otavan Kirjapaino Oy, Keuruu 2010. 608 s. ISBN: 978-952-5010-02-2.
- [3] Chai H. Yoo, Sung C. Lee. *Stability of Structures: Principles and Applications*. Butterworth-Heinemann. Elsevier Inc, 2011. 516 s. ISBN: 978-0-12-385122-2.
- [4] N.S. Trahair, M.A. Bradford, D.A. Nethercot, and L. Gardner. *The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3*. Taylor & Francis, 2008. 512 s. ISBN 0-203-93593-4.
- [5] Theodore V. Galambos. *Guide to stability design criteria for metal structures*. John Wiley & Sons, 1998. 911 s. ISBN 0-471-12742-6.
- [6] The Steel Construction Institute. *Lateral Stability of Steel Beams and Columns – Common cases of restraint*. The Steel Construction Institute, 1992. 57 s. ISBN: 1-870004-65-5.
- [7] Finian McCann, Leroy Gardner, M. Ahmer Wadee. *Design of steel beams with discrete lateral restraints*. Journal of Constructional Steel Research. [Verkkolehti]. Vol. 80. 2013. s. 82-90. [Viitattu 18.12.2013]. DOI:10.1016/j.jcsr.2012.09.011. ISSN: 0143-974X.
- [8] Miguel A. Serna, Aitziber López, Iñigo Puente, Danny J. Yong. *Equivalent uniform moment factors for lateral-torsional buckling of steel members*. Journal of Constructional Steel Research. [Verkkolehti]. Vol. 62(6). 2006. s. 566-580. [Viitattu 8.1.2014]. DOI: 10.1016/j.jcsr.2005.09.001. ISSN: 0143-974X.

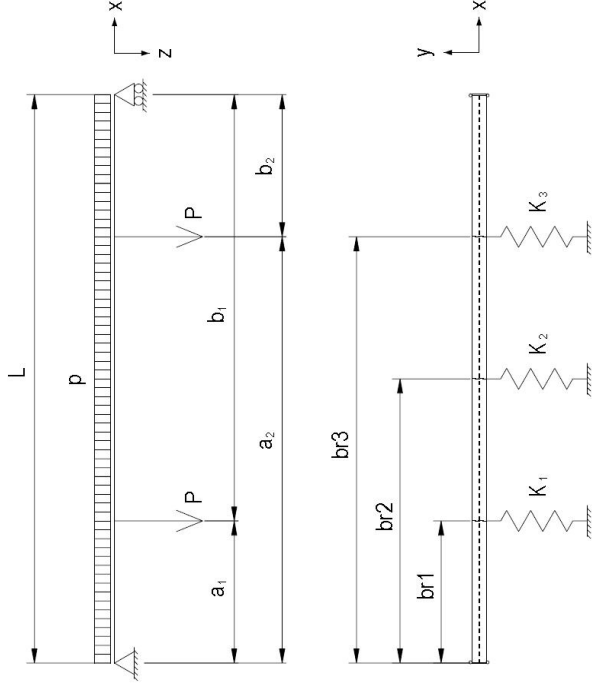
- [9] European Steel Design Education Programme. *ESDEP Course*. [Online]. Available: <http://www.fgg.uni-lj.si/~pmoze/ESDEP/master/toc.htm>
- [10] *SFS-EN 1990 Eurokoodi. Rakenteiden suunnitteluperusteet*. Suomen standardoimisliitto SFS ry, 2005. 184 s.
- [11] *SFS-EN 1993-1-1 Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt*. Suomen standardoimisliitto SFS ry, 2005. 99 s.
- [12] *NA SFS-EN 1993-1-1 Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt, Suomen kansallinen liite*. Suomen standardoimisliitto SFS ry, 2007. 6 s.
- [13] *SFS-EN 1993-1-5 Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu osa 1-5: Levyrakenteet*. Suomen standardoimisliitto SFS ry, 2006. 57 s.
- [14] *NA SFS-EN 1993-1-5 Eurokoodi 3. Teräsrakenteiden suunnittelu osa 1-5: Levyrakenteet, Suomen kansallinen liite*. Suomen standardoimisliitto SFS ry, 2008. 3 s.
- [15] Alfredo H-S. Ang, Wilson H. Tang. *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume II – Decision, Risk, and Reliability*. John Wiley & Sons, 1984. 562 s. ISBN 0-471-03201-8.
- [16] Tor-Ulf Weck. *Rakenteiden varmuus*. Teknillisen korkeakoulun arkkitehtiosaston julkaisuja 1/1993. TKK, 1993. 116 s. ISSN 1236-6021; 1.
- [17] Maurice Lemaire. *Structural reliability*. ISTE, Lontoo. John Wiley & Sons, 2009. 488 s. ISBN: 978-1-84821-082-0.

- [18] Leonardo da Vinci Pilot Project CZ/02/B/F/PP-134007. (2005, Oct.) Handbook 2: Reliability backgrounds. [Online]. Available:  
<http://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/showpage.php?id=BD>
- [19] Palle Thoft-Christensen, Michael J. Baker. *Structural Reliability Theory and Its Applications*. Springer-Verlag, Berlin, 1982. 267 s. ISBN: 0-387-11731-8.
- [20] Osmo Koskisto. *Rakenteiden luotettavuus*. Rakenteiden mekaniikka. Vol. 21, No 1, 1988. s. 3-41.
- [21] Joint Committee on Structural Safety (JCSS). *Probabilistic Model Code*. 2001. [Online]. Available:  
[http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic\\_Model\\_Code](http://www.jcss.byg.dtu.dk/Publications/Probabilistic_Model_Code). ISBN 978-3-909386-79-6.
- [22] Milan Holicky, Miroslav Sykora. *Stochastic Models in Analysis of Structural Reliability*. The International Symposium on Stochastic Models in Reliability Engineering, Life Sciences and Operations Management. February 8-11, 2010 Beer Sheva, Israel. 13 s.
- [23] Markus Derry, Jari Puttonen. *A histogram-based approach for evaluation of the Hasofer-Lind reliability index without isoprobabilistic mapping of limit state equations*. Novák and Vořechovský: Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Probabilistic Workshop. Brno, 2013. 12 s.
- [24] Markus Derry. *Epistemic uncertainty of an existing concrete structure*. Diplomityö. Aalto-yliopisto, Insinööritieteiden korkeakoulu, Rakennustekniikan laitos. Espoo, 2011. 125 s.

## **Liitteet**

- LIITE A :** Eurokoodin mukainen analyysi
- LIITE B :** Luotettavuusanalyysi
- LIITE C :** Sivuttaistukien kestävyys ja jäykkyys

## A1 Rakennemalli



Jänneväli:

$$L := 32\text{m}$$

ORIGIN := 1

### Sivuttaistuet

Tukien paikat ja  
jäykkyydet:

$$a_{br1} := \frac{L}{4}$$

$$a_{br1} = 8\text{m}$$

$$a_{br2} := \frac{L}{2}$$

$$a_{br2} = 16\text{m}$$

$$a_{br3} := L - a_{br1}$$

$$a_{br3} = 24\text{m}$$

$$K_1 := 29 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$K_1 = 29 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$K_2 := 29 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

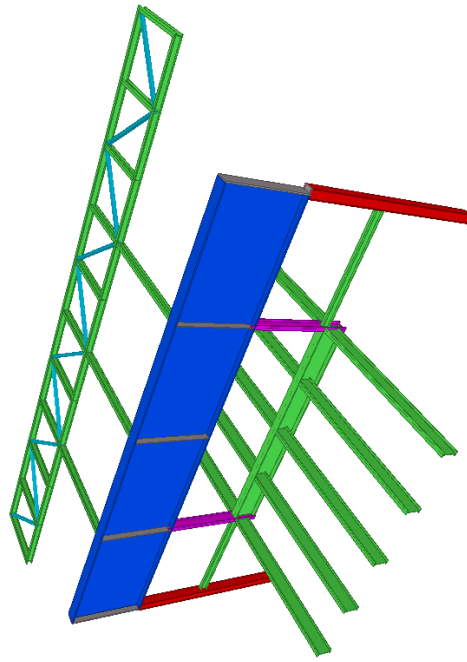
$$K_2 = 29 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$K_3 := 29 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

$$K_3 = 29 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$

2 (19)

## LIITE A: Eurokoodin mukainen analyysi



1 (19)

$$\eta_{br} := \frac{K_1}{K_1} + \frac{K_2}{K_2} + \frac{K_3}{K_3}$$

$$\eta_{br} = 3$$

HUOM! Asetuksissa 0/0=0

### Pistekuormat

Pistekuormien sijainti:

$$a_1 := a_{br1}$$

$$a_1 = 8 \text{ m}$$

$$b_1 := L - a_1$$

$$b_1 = 24 \text{ m}$$

$$a_2 := a_{br3}$$

$$a_2 = 24 \text{ m}$$

$$b_2 := L - a_2$$

$$b_2 = 8 \text{ m}$$

## A2 Palkin tiedot

### A2.1 Materiaal ominaisuudet

Muovitujuus:

$$f_{yk} := 335 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Levyn paksuus > 40mm  
EN 1993-1-1

Osavarmuusluku:

$$\gamma_{M0} := 1.0$$

Tiheys:

$$\rho_s := 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Tilavuuspaino:

$$\gamma_s := \rho_s \cdot g$$

$$\gamma_s = 76.98 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

Kimmo kerroin:

$$E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Poissonin vakio:

$$\nu := 0.3$$

Liukkerroin:

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$G = 80769 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Epsilon:

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_{yk}}}$$

$$\epsilon = 0.84$$

### A2.2 Profiili

WI5000-40-80\*800

Korkeus:

$$h := 5000 \text{ mm}$$

Leveys:

$$b := 800 \text{ mm}$$

Laippojen paksuus:

$$t_f := 80 \text{ mm}$$

Uuman paksuus:

$$t_w := 40 \text{ mm}$$

Uuman korkeus:

$$h_w := h - 2 \cdot t_f$$

$$h_w = 4840 \text{ mm}$$

Hitsin mitta:

$$a_w := 12 \text{ mm}$$

Pinta-ala (brutto):

$$A := 2 \cdot b \cdot t_f + h_w \cdot t_w$$

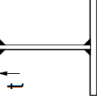
$$A = 321600 \cdot \text{mm}^2$$

### Poikkileikkausluokka

Laipat:

$$c_f := \frac{1}{2} \cdot (b - t_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a_w)$$

$$c_f = 363 \text{ mm}$$



$$\frac{c_f}{t_f} = 4.54$$

<

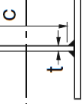
$$14 \cdot \epsilon = 11.73$$

Luokka < 4

Utuma:

$$c_w := h_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a_w$$

$$c_w = 4806 \text{ mm}$$



$$\frac{c_w}{t_w} = 120.15$$

>

$$124 \cdot \epsilon = 103.86$$

Luokka = 4

— Poikkileikkaus kuuluu luokkaan 4. —

## A3 Voimasuureet

### A3.1 Kuormat

Luotettavuusluokka RC3

Kuormakerroin:

$$k_{Fl} := 1.1$$

### PYSYVÄT

Oma paino:

$$g_{k0} := A \cdot \gamma_s$$

$$g_{k0} = 24.76 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Muu pysyvä  
tasainen kuorma:

$$g_{k1} := 45 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Pysyvä osuus  
pistekuormat:  $G_{k1} := 780 \text{ kN}$   
Osavarmuusluvut:  $\gamma_{G1} := 1.15$   
 $\gamma_{G2} := 1.35$

### Muuttuvat

Hyötykuorma  
tasan jakautunut:  $q_{k1} := 155 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$   
Hyötykuorman osuus  
pistekuormat:  $Q_{k1} := 2600 \text{ kN}$   
Osavarmuusluku:  $\gamma_Q := 1.5$

### A3.2 Kuormayhdistelmät MRT

#### Tasaiset kuormat:

$$P_{Ed1} := \gamma_{G1} \cdot K_{FF} (s_{k0} + s_{k1}) + \gamma_Q \cdot K_{FF} \cdot q_{k1}$$

$$P_{Ed1} = 343.99 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P_{Ed2} := \gamma_{G2} \cdot K_{FF} (s_{k0} + s_{k1})$$

$$P_{Ed2} = 103.59 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P_{Ed} := \max(P_{Ed1}, P_{Ed2})$$

$$P_{Ed} = 343.99 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Mitoitusarvo:

#### Pistekuormat:

$$P_{Ed1} := \gamma_{G1} \cdot K_{FF} \cdot G_{k1} + \gamma_Q \cdot K_{FF} \cdot Q_{k1}$$

$$P_{Ed1} = 5276.7 \text{ kN}$$

$$P_{Ed2} := \gamma_{G2} \cdot K_{FF} \cdot G_{k1}$$

$$P_{Ed2} = 1158.3 \text{ kN}$$

$$P_{Ed} := \max(P_{Ed1}, P_{Ed2})$$

$$P_{Ed} = 5276.7 \text{ kN}$$

Mitoitusarvo:

### A3.3 Taivutusmomentti

Tasaisen kuorman osuus:

$$M_{Ed,p}(x) := \frac{P_{Ed} \cdot L \cdot x}{2} \left( 1 - \frac{x}{L} \right)$$

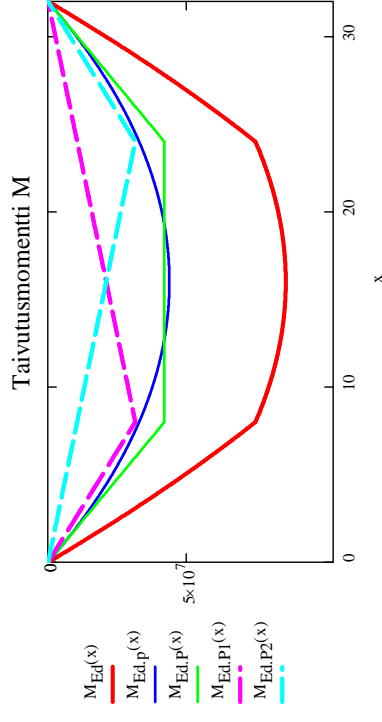
Pistekuormien osuus:

$$M_{Ed,p1}(x) := \begin{cases} \frac{P_{Ed} \cdot b_1}{L} \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq a_1 \\ \frac{P_{Ed} \cdot a_1}{L} \cdot (L - x) & \text{if } a_1 \leq x \leq L \end{cases}$$

$$M_{Ed,p2}(x) := \begin{cases} \frac{P_{Ed} \cdot b_2}{L} \cdot x & \text{if } 0 \leq x \leq a_2 \\ \frac{P_{Ed} \cdot a_2}{L} \cdot (L - x) & \text{if } a_2 \leq x \leq L \end{cases}$$

$$M_{Ed,p}(x) := M_{Ed,p1}(x) + M_{Ed,p2}(x)$$

Kokonaisvaikutus:  $M_{Ed}(x) := M_{Ed,p}(x) + M_{Ed,p}(x)$



### A3.4 Leikkausvoima

Tasaisen kuorman osuus:

$$V_{Ed,p}(x) := P_{Ed} \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

Pistekuormien osuus:

$$V_{Ed,p1}(x) := \begin{cases} \frac{P_{Ed} \cdot b_1}{L} & \text{if } 0 \leq x < a_1 \\ P_{Ed} \left( \frac{b_1}{L} - 1 \right) & \text{if } a_1 \leq x \leq L \end{cases}$$



$$V_{Ed,P2}(x) := \begin{cases} \frac{P_{Ed} \cdot b_2}{L} & \text{if } 0 \leq x < a_2 \\ P_{Ed} \cdot \left( \frac{b_2}{L} - 1 \right) & \text{if } a_2 \leq x \leq L \end{cases}$$

$$V_{Ed,P}(x) := V_{Ed,P1}(x) + V_{Ed,P2}(x)$$

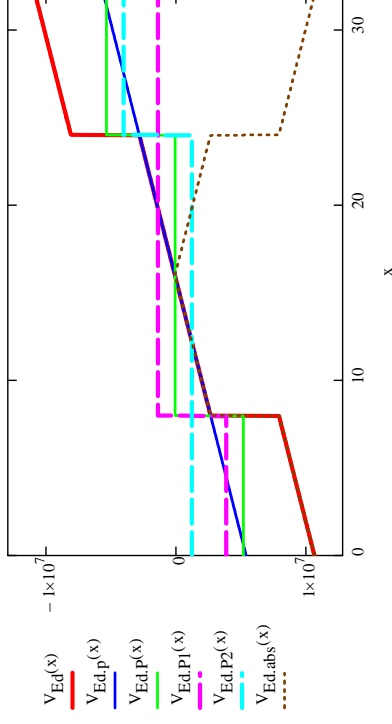
$$V_{Ed}(x) := V_{Ed,P}(x) + V_{Ed,P}(x)$$

$$V_{Ed,abs}(x) := |V_{Ed}(x)|$$

Kokonaisvaikutus:

Isäisarvona:

Leikkausvoima V



Pointitaan momentin maksimi:

Alkuarvauks maksimipisteelle: Given  $x := 1\text{m}$

Oikea maksimipiste:  $\text{maxM\_point} := \text{Maximize}(M_{Ed}, x)$   $\text{maxM\_point} = 16\text{m}$

Momentin globaali maksimi:  $M_{\text{max}} := M_{Ed}(\text{maxM\_point})$   $M_{\text{max}} = 86.24\text{ MN}\cdot\text{m}$

Pointitaan leikkausvoiman maksimi:

Alkuarvauks maksimipisteelle: Given  $x := 1\text{m}$

Oikea maksimipiste:  $\text{maxV\_point} := \text{Maximize}(V_{Ed,abs}, x)$   $\text{maxV\_point} = 0\text{m}$

minimipiste:  $\text{minV\_point} := \text{Minimize}(V_{Ed}, x)$   $\text{minV\_point} = 32\text{m}$

Kuvaajan maksimiarvo:  $V_{\text{max}} := V_{Ed}(\text{maxV\_point})$

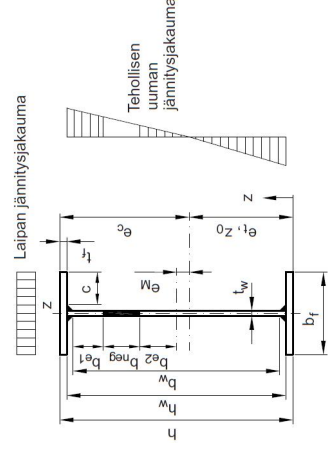
Kuvaajan minimiarvo:  $V_{\text{min}} := V_{Ed}(\text{minV\_point})$

Leikkausvoiman maksimiarvo:  $V_{\text{max}} := \max(|V_{\text{min}}|, |V_{\text{max}}|)$

$V_{\text{max}} = 10.78\text{ MN}$

## A4 Tehollinen poikkileikkaus

Määritetään iteratiivisesti.



Neutraaliakselin paikka (alkuarvauks):  $z_{0\_guess} := 2434.19\text{ mm}$

Jännityssuhde:  $\psi_{\text{guess}} := -0.9467$

Lommukskerroin:  $k_{\sigma\_guess} := 22.5297$

Uuman korkeus ilman hitsejä:  $b_w := c_w$

Muunnettu hoikkuus:  $\lambda_{-p} := \frac{b_w}{t_w \cdot 28.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\sigma\_guess}}}$   $\lambda_{-p} = 1.06$

Pienennystekijä:  $\rho := \frac{\lambda_{-p} - 0.055(3 + \psi_{\text{guess}})}{\lambda_{-p}^2}$   $\rho = 0.84$

Uuman puristusvyöhykkeen korkeus:  $b_{\text{comp}} := h - t_f - \sqrt{2} \cdot a_w - z_{0\_guess}$

$b_{\text{comp}} = 2468.84\text{ mm}$

Teholliset leveydet:  $b_{e1} := 0.4 \cdot \rho \cdot \frac{b_w}{1 - \psi_{\text{guess}}}$   $b_{e1} = 829.48\text{ mm}$

$$b_{e2} := 0,6 \cdot \rho \cdot \frac{b_w}{1 - \psi_{\text{guess}}}$$

$$b_{e2} = 1244,23 \text{ mm}$$

$$b_{\text{neg}} := (1 - \rho) \cdot b_{\text{comp}}$$

$$b_{\text{neg}} = 395,12 \text{ mm}$$

Tehoton alue:

### A4.1 Pintakeskiö

Määritetään osien pinta-alat ja koordinaatit.

Ylälaippa:

$$A_1 := b \cdot t_f$$

$$A_1 = 64000 \text{ mm}^2$$

$$z_1 := h - \frac{t_f}{2}$$

$$z_1 = 4960 \text{ mm}$$

Uunna jaetaan tehottoman alueen eri puoliin.

Uuman yläosa:

$$A_2 := b_e \cdot t_w$$

$$A_2 = 33179,37 \text{ mm}^2$$

$$z_2 := h - t_f - \sqrt{2} \cdot a_w - \frac{b_{e1}}{2}$$

$$z_2 = 4488,29 \text{ mm}$$

Uuman alaosa:

$$A_3 := (h_w - b_{e1} - b_{\text{neg}}) \cdot t_w$$

$$A_3 = 144616,01 \text{ mm}^2$$

$$z_3 := t_f + \sqrt{2} \cdot a_w + \frac{1}{2} \cdot (h_w - b_{e1} - b_{\text{neg}})$$

$$z_3 = 1904,67 \text{ mm}$$

Alalaippa:

$$A_4 := b \cdot t_f$$

$$A_4 = 64000 \text{ mm}^2$$

$$z_4 := \frac{t_f}{2}$$

$$z_4 = 40 \text{ mm}$$

$$\Sigma A_i := A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$\Sigma A_i z_i := A_1 \cdot z_1 + A_2 \cdot z_2 + A_3 \cdot z_3 + A_4 \cdot z_4$$

$$\Sigma A_i z_i^2 := A_1 \cdot z_1^2 + A_2 \cdot z_2^2 + A_3 \cdot z_3^2 + A_4 \cdot z_4^2$$

Pintakeskiön paikka  
= neutraalialueen sijainti:

$$z_0 := \frac{\Sigma A_i z_i}{\Sigma A_i}$$

$$z_0 = 2434,19 \text{ mm}$$

Puristuspuolen korkeus:

$$e_c := h - z_0$$

$$e_c = 2565,81 \text{ mm}$$

9 (19)

Vetopuolen korkeus

$$e_t := z_0$$

$$e_t = 2434,19 \text{ mm}$$

Uusi jännitysuhde:

$$\psi := \frac{e_t - t_f - \sqrt{2} \cdot a_w}{e_c - t_f - \sqrt{2} \cdot a_w}$$

$$\psi = -0,9467$$

Uusi lommahduskerroin:

$$k_{\sigma} := 7,81 - 6,29 \cdot \psi + 9,78 \cdot \psi^2$$

$$k_{\sigma} = 22,5297$$

Iteraatiot:

alkuarvot

lopullinen

$$z_0 \quad 2500 \text{ mm} \quad 2446,21 \text{ mm} \quad 2434,57 \text{ mm} \quad 2434,26 \text{ mm} \quad 2434,2 \text{ mm} \quad \boxed{2434,19 \text{ mm}}$$

$$\psi \quad -1 \quad -0,96 \quad -0,9484 \quad -0,947 \quad -0,9467 \quad -0,9467 \quad \boxed{-0,9467}$$

$$k_{\sigma} \quad 23,9 \quad 22,77 \quad 22,5721 \quad 22,5372 \quad 22,531 \quad 22,5299 \quad \boxed{22,5297}$$

### A4.2 Teholliset poikkileikkaussuureet

Määritetään osien jäyhyysmomentit.

Ylälaippa:

$$I_{y1} := \frac{b \cdot t_f^3}{12}$$

$$I_{y1} = 3,41 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

Uuman yläosa:

$$I_{y2} := \frac{t_w \cdot b_{e1}^3}{12}$$

$$I_{y2} = 1,9 \times 10^9 \text{ mm}^4$$

Uuman alaosa:

$$I_{y3} := \frac{t_w \cdot (h_w - b_{e1} - b_{\text{neg}})^3}{12}$$

$$I_{y3} = 1,58 \times 10^{11} \text{ mm}^4$$

Alalaippa:

$$I_{y4} := \frac{b \cdot t_f^3}{12}$$

$$I_{y4} = 3,41 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

$$\Sigma I_{yi} := I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + I_{y4}$$

Koko poikkileikkauksen  
tehollinen jäyhyysmomentti:

$$I_{y,\text{eff}} := \Sigma I_{yi} + \Sigma A_i z_i^2 - z_0^2 \cdot \Sigma A_i$$

$$I_{y,\text{eff}} = 1,12 \text{ m}^4$$

Tehollinen taivutusvastus  
puristuspuoli:

$$W_{y,\text{eff},c} := \frac{I_{y,\text{eff}}}{e_c}$$

$$W_{y,\text{eff},c} = 0,43 \text{ m}^3$$

Tehollinen taivutusvastus  
vetopuoli:

$$W_{y,\text{eff},t} := \frac{I_{y,\text{eff}}}{e_t}$$

$$W_{y,\text{eff},t} = 0,46 \text{ m}^3$$

10 (19)

Tehollinen taivutusvastus  
lopullinen:

$$W_{y,eff} := \min(W_{y,eff,e}, W_{y,eff,t})$$

$$W_{y,eff} = 0.43 \cdot m^3$$

## A5 Poikkileikkauksen kestävyys

### A5.1 Taivutusmomentti

Taivutuskestävyys:

$$M_{y,Rd} := \frac{W_{y,eff} \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0}}$$

$$M_{y,Rd} = 145.6 \cdot MN \cdot m$$

Rasitus:

$$M_{max} = 86.24 \cdot MN \cdot m$$

Käyttöaste:

$$\frac{M_{max}}{M_{y,Rd}} = 0.59$$

### A5.2 Leikkausvoima

$\eta := 1.0$

Myötöilytunnista ei huomioida.

Leikkauspinta-ala:

$$A_V := \eta \cdot h_w \cdot t_w$$

$$A_V = 193600 \cdot mm^2$$

Leikkauskestävyys:

$$V_{pl,Rd} := \frac{A_V \cdot f_{yk}}{\gamma_{M0} \cdot \sqrt{3}}$$

$$V_{pl,Rd} = 37.44 \cdot MN$$

Rasitus:

$$V_{max} = 10.78 \cdot MN$$

Käyttöaste:

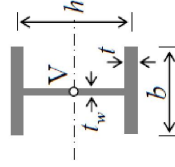
$$\frac{V_{max}}{V_{pl,Rd}} = 0.29$$

## A6 Stabiiliustarkastelu

### A6.1 Kiepahduskestävyys

Määritetään tarvittavat poikkileikkauksuuret  $M_{cr}$ :n laskemista varten (brutto poikkileikkauksen perusteella).

I-profiili, samanlaiset laipat



$$I_t = \frac{1}{3} (2I^3 b + I_w^3 h)$$

$$I_\omega = \frac{th^2 b^3}{24}$$

Laippojen keskiöetäisyys:

$$h_{mid} := h - t_f$$

$$h_{mid} = 4920 \cdot mm$$

Jäykkysmomentti heikonnan  
akseliin suhteen:

$$I_z := 2 \cdot \frac{t_f \cdot b^3}{12} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{12}$$

$$I_z = 6.85 \times 10^9 \cdot mm^4$$

Vääntöjäykkysmomentti:

$$I_t := \frac{1}{3} (2 \cdot t_f^3 \cdot b + t_w^3 \cdot h_{mid})$$

$$I_t = 3.78 \times 10^8 \cdot mm^4$$

Käyritysmöjyisyys:

$$I_\omega := \frac{t_f \cdot h_{mid}^2 \cdot b^3}{24}$$

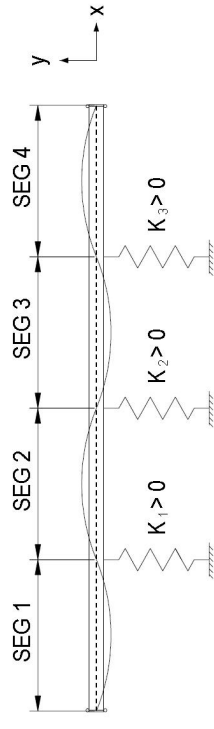
$$I_\omega = 4.13 \times 10^6 \cdot mm^6$$

Päiden vapausasteista  
riippuvat tekijät:

$$k := 1.0$$

$$k_\omega := 1.0$$

Jaetaan paikki segmentteihin, joille tehdään kiepahdustarkastelu erikseen. Segmenttien rajoina ovat toiminnalliset sivuttaiset ts. tuet, joiden jäykkyys  $> 0$ . Jäykkyysten laskenta-arvot on määritelty tuen boolean-muuttujat. Jos jäykkyys ylittää kynnysjäykkyyden  $K_T$  arvon, toimii tuki kuten täysin jäykkä. Jos se alittaa  $K_T$ :n arvon, asetetaan jäykkyys suoraan nolllaksi.



Segmenttien lukumäärä:

$$n_{seg} := n_{br} + 1$$

$$n_{seg} = 4$$

Segmenttien indeksit:

$$i := 1, 2, \dots, n_{seg}$$

Segmenttien päätepisteet:

$$X_{start_i} := 0$$

$$X_{end_i} := \begin{cases} a_{br1} & \text{if } K_1 \neq 0 \\ \text{otherwise} & \\ a_{br2} & \text{if } K_2 \neq 0 \\ \text{otherwise} & \\ a_{br3} & \text{if } K_3 \neq 0 \\ L & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$X_{start_1} = 0$$

$$X_{end_1} = 8 \cdot m$$

$$X_{start_2} := X_{end_1} \quad X_{end_2} := \begin{cases} a_{br2} & \text{if } K_2 \neq 0 \wedge X_{end_1} \neq a_{br2} \\ \text{otherwise} & \\ a_{br3} & \text{if } K_3 \neq 0 \wedge X_{end_1} \neq a_{br3} \\ L & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$X_{start_3} := X_{end_2} \quad X_{end_3} := \begin{cases} a_{br3} & \text{if } n_{br} = 3 \\ L & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$X_{start_4} := X_{end_3} \quad X_{end_4} := L$$

$$X_{start_2} = 8 \text{ m} \quad X_{end_2} = 16 \text{ m}$$

$$X_{start_3} = 16 \text{ m} \quad X_{end_3} = 24 \text{ m}$$

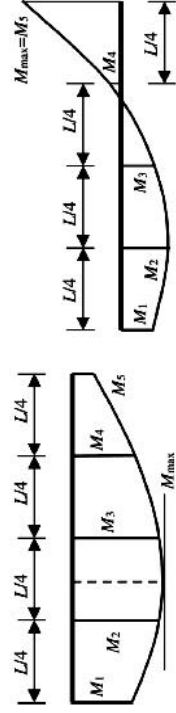
$$X_{start_4} = 24 \text{ m} \quad X_{end_4} = 32 \text{ m}$$

Pituuudet:  $L_{seg_i} := X_{end_i} - X_{start_i}$

Kiepahduspituuudet:  $L_{cr_i} := L_{seg_i}$

i =	$L_{seg_i}$ =	$L_{cr_i}$ =
1	8 · m	8
2	8	8
3	8	8
4	8	8

Määritetään momentit segmenttien päissä ja 1/4-pisteissä sekä maksimimomentti.



Segmentin i momenttien indeksit:  $j := 1, 2, \dots, 5$

Segmentin i momentit:  $M_{1,j} := M_{Ed} \left( X_{start_i} + \frac{j-1}{4} \cdot L_{seg_i} \right)$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 20.87 & 40.37 & 58.49 & 75.24 \\ 75.24 & 80.05 & 83.49 & 85.56 & 86.24 \\ 86.24 & 85.56 & 83.49 & 80.05 & 75.24 \\ 75.24 & 58.49 & 40.37 & 20.87 & 0 \end{pmatrix} \cdot MN \cdot m$$

Maksimimomentti:  $M_{max_i} := \begin{cases} M_{max} & \text{if } X_{start_i} \leq \text{maxM\_point} \leq X_{end_i} \\ \max(M_{1,1}, M_{1,5}) & \text{otherwise} \end{cases}$

$M_{max}^T = (75.24 \quad 86.24 \quad 86.24 \quad 75.24) \cdot MN \cdot m$

Momenttipinnan huomioiva vakio:  $C_{1_i} := \sqrt{\frac{35 \cdot (M_{max_i})^2}{(M_{max_i})^2 + 9 \cdot (M_{1,2})^2 + 16 \cdot (M_{1,3})^2 + 9 \cdot (M_{1,4})^2}}$

$C_{1_i}^T = (1.73 \quad 1.04 \quad 1.04 \quad 1.73)$

Kimmoiteorian mukainen kriittinen momentti voidaan nyt laskea.

Kriittinen momentti:  $M_{cr_i} := C_{1_i} \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{(k \cdot L_{cr_i})^2} \cdot \left[ \left( \frac{k}{k_{\omega}} \right)^2 \frac{I_{\omega}}{I_z} + \frac{(k \cdot L_{cr_i})^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E \cdot I_z} \right]$

$M_{cr}^T = (951.53 \quad 570.93 \quad 570.93 \quad 951.53) \cdot MN \cdot m$

Muunnettu hoikkuus kiepahduskäyrälle:  $\lambda_{-LT_i} := \sqrt{\frac{W_{y,eff} \cdot k_{yk}}{M_{cr_i}}}$

$\lambda_{-LT}^T = (0.39 \quad 0.51 \quad 0.51 \quad 0.39)$

$\alpha_{LT} := 0.76$

Epätarkkuustekijä (kiepahduskäyrä d):

$\Phi_{LT_i} := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{-LT_i} - 0.2) + (\lambda_{-LT_i})^2 \right]$

$\Phi_{LT}^T = (0.65 \quad 0.74 \quad 0.74 \quad 0.65)$

Pienennystekijä:  $\chi_{LT_i} := \frac{1}{\Phi_{LT_i} + \sqrt{(\Phi_{LT_i})^2 - (\lambda_{-LT_i})^2}}$

$\chi_{LT}^T = (0.86 \quad 0.78 \quad 0.78 \quad 0.86)$

$\gamma_{M1} := 1.0$

Osuvarmuusluku stabiliteudelle:

Kieppauskestävyys:

$$M_{b,Rd,i} := \chi_{LT,i} \cdot \frac{W_{y,eff} \cdot f_{yk}}{\gamma_{MI}}$$

$$M_{b,Rd}^T = (124.74 \quad 112.96 \quad 112.96 \quad 124.74) \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$C_{T,i}$	$M_{cr,i}$	$\lambda_{LT,i}$	$\phi_{LT,i}$	$\chi_{LT,i}$
1.73	951.53	0.39	0.65	0.86
1.04	570.93	0.51	0.74	0.78
1.04	570.93	0.51	0.74	0.78
1.73	951.53	0.39	0.65	0.86

< 1, OK

Rasitus

$M_{max,i}$	$M_{b,Rd,i}$
75.24	124.74
86.24	112.96
86.24	112.96
75.24	124.74

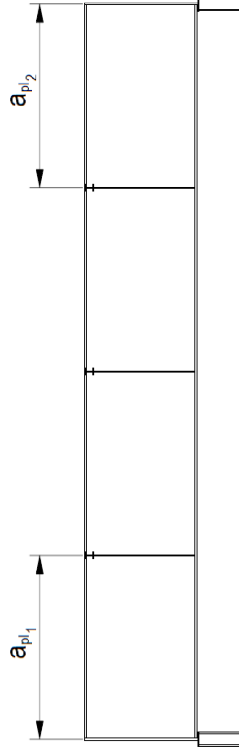
Kestävyys

$M_{b,Rd,i}$
124.74
112.96
112.96
124.74

Käyttöaste

$M_{max,i}$	$M_{b,Rd,i}$
0.6	0.6
0.76	0.76
0.76	0.76
0.6	0.6

### A6.2 Leikkauslommahduskestävyys



Levykenttien indeksit:  $i_l := 1..2$

Levykentän pituus:  $a_{pl,i} := a_i$

$$a_{pl,i} := b_2 \quad a_{pl} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \text{m}$$

Leikkauslommahduskerroin:

$$k_{T,il} := \begin{cases} 5.34 + 4.00 \cdot \left( \frac{h_w}{a_{pl,il}} \right)^2 & \text{if } \frac{a_{pl,il}}{h_w} \geq 1 \\ 4.00 + 5.34 \cdot \left( \frac{h_w}{a_{pl,il}} \right)^2 & \text{if } \frac{a_{pl,il}}{h_w} < 1 \end{cases}$$

$$k_T = \begin{pmatrix} 6.8 \\ 6.8 \end{pmatrix}$$

Jäykistetyt uunan kestävyys leikkauslommahdukselle tarkistettava, jos seuraava ehto toteutuu:

$$\frac{h_w}{t_w} = 121 > \frac{31 \cdot \epsilon}{\eta} \cdot \sqrt{k_T} = \begin{pmatrix} 67.73 \\ 67.73 \end{pmatrix}$$

==> Lommahdus tarkistettava.

Muunnettu hoikkuus  
jäykistetyille uunalle:

$$\lambda_{-w} := \frac{h_w}{t_w \cdot 37.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_T}} \quad \lambda_{-w} = \begin{pmatrix} 1.48 \\ 1.48 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_{-w} = \begin{pmatrix} 1.48 \\ 1.48 \end{pmatrix} > \frac{0.83}{\eta} = 0.83$$

$$\lambda_{-w} = \begin{pmatrix} 1.48 \\ 1.48 \end{pmatrix} > 1.08$$

Palkissa jäykkä päätylevy.

Pienennystekijä:

$$\chi_w := \frac{1.37}{0.7 + \lambda_{-w}} \quad \chi_w = \begin{pmatrix} 0.63 \\ 0.63 \end{pmatrix}$$

Leikkauslommahduskestävyys:

$$V_{bw,Rd} := \chi_w \cdot \frac{f_{yk} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{MI}} \quad V_{bw,Rd} = \begin{pmatrix} 23.52 \\ 23.52 \end{pmatrix} \cdot \text{MN}$$

Rasitus:  $V_{Ed,i} := \begin{pmatrix} |V_{Ed}^{(0)}| \\ |V_{Ed}(L)| \end{pmatrix}$

$$V_{Ed,i} = \begin{pmatrix} 10.78 \\ 10.78 \end{pmatrix} \cdot \text{MN}$$

$$\text{Käyttöaste: } \left( \frac{V_{Ed,i}}{V_{bw,Rd,i}} \right) = \begin{pmatrix} 0.46 \\ 0.46 \end{pmatrix}$$

Rasitus

$V_{Ed,i}$	$V_{bw,Rd,i}$
10.78	23.52
10.78	23.52

Kestävyys

$V_{bw,Rd,i}$	$V_{bw,Rd,i}$
23.52	23.52
23.52	23.52

Käyttöaste

$V_{Ed,i}$	$V_{bw,Rd,i}$
0.46	0.46
0.46	0.46

## A7 Yhteenveto

### A7.1 Rasitukset

Täivutusmomentti:

$$M_{\max} = 86.24 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

Leikkausvoima:

$$V_{\max} = 10.78 \cdot \text{MN}$$

Segmentit:

$M_{\max_i} =$	$\cdot \text{MN} \cdot \text{m}$
75.24	
86.24	
86.24	
75.24	

Levykentät:

$V_{\text{Ed},i1} =$	$\cdot \text{MN}$
10.78	
10.78	

### A7.2 Kestävyydet

Poikkileikkaus M:

$$M_{y,Rd} = 145.6 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

Poikkileikkaus V:

$$V_{p1,Rd} = 37.44 \cdot \text{MN}$$

Kriepahdus:

$M_{b,Rd_i} =$	$\cdot \text{MN} \cdot \text{m}$
124.74	
112.96	
112.96	
124.74	

Leikkauslommahdus:

$V_{bw,Rd,i1} =$	$\cdot \text{MN}$
23.52	
23.52	

### A7.3 Käyttöasteet

Poikkileikkaus M:

$$\frac{M_{\max}}{M_{y,Rd}} = 0.59$$

Poikkileikkaus V:

$$\frac{V_{\max}}{V_{p1,Rd}} = 0.29$$

Kriepahdus:

$\frac{M_{\max_i}}{M_{b,Rd_i1}} =$	
0.6	
0.76	
0.76	
0.6	

Leikkauslommahdus:

$\frac{V_{\text{Ed},i1}}{V_{bw,Rd,i1}} =$	
0.46	
0.46	

Verrataan eurokoodin mukaisia tuloksia yksinkertaisen menetelmään, jossa kriepahduskestävyys määritetään ylälaipan nurjahduskestävyyden perusteella.

## Ylälaipan nurjahdustarkastelu

Suurin momentti palkissa:  $M_{\max} = 86.24 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$

Laipan puristusvoima:  $N_{\max} := \frac{M_{\max}}{h_{\text{mid}}}$

$$N_{\max} = 17.53 \cdot \text{MN}$$

### Nurjahduskestävyys eurokoodin mukaan

Jäyhyysäide:  $i_{\text{uf}} := \frac{b}{2}$

Nurjahduspituus:  $I_{\text{cr}} := I_{\text{seg}_2}$

$$I_{\text{cr}} = 8 \text{ m}$$

Hoikkaus:  $\lambda_1 := 93.9 \cdot \epsilon$

$$\lambda_1 = 78.65$$

Muunnettu hoikkaus:  $\lambda_{\text{~}} := \frac{I_{\text{cr}}}{i_{\text{uf}} \lambda_1}$

$$\lambda_{\text{~}} = 0.25$$

Epätarkkuustekijä:  
(nurjahduskäyriä c)

$$\alpha := 0.49$$

Phi:  $\Phi := 0.5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\lambda_{\text{~}} - 0.2) + \lambda_{\text{~}}^2]$

$$\Phi = 0.55$$

Pienennystekijä:

$$\chi := \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda_{\text{~}}^2}}$$

$$\chi = 0.97$$

Nurjahduskestävyys:

$$N_{b,Rd} := \frac{\chi \cdot i_{\text{uf}} \cdot b \cdot f_{yk}}{\gamma_{\text{M1}}} \quad N_{b,Rd} = 20.85 \cdot \text{MN}$$

Rasitus

$$N_{\max} = 17.53 \cdot \text{MN}$$

Kestävyys

$$N_{b,Rd} = 20.85 \cdot \text{MN}$$

Käyttöaste

$$\frac{N_{\max}}{N_{b,Rd}} = 0.84$$

### Eulerin nurjahdus

Ylälaipan jäyhyysmomentti:

$$I_{\text{uf}} := \frac{I_{\text{r}} \cdot b^3}{12}$$

$$I_{\text{uf}} = 0.00341 \text{ m}^4$$

Eulerin nurjahdusvoima:

$$N_{b,Euler} := \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\text{uf}}}{I_{\text{cr}}^2} \quad N_{b,Euler} = 110.54 \cdot \text{MN}$$

Rasitus

$$N_{\max} = 17,53 \cdot MN$$

Kestävyys

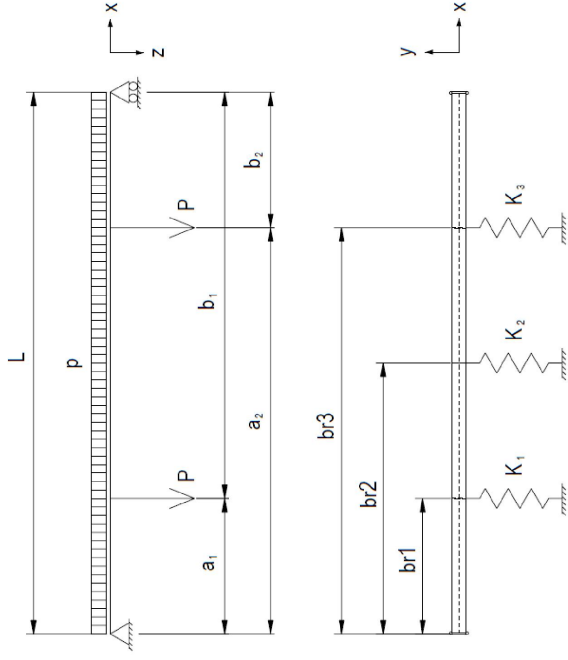
$$N_{b,Euler} = 110,54 \cdot MN$$

Käyttöaste

$$\frac{N_{\max}}{N_{b,Euler}} = 0,16$$

### B1 Rakennemalli

ORIGIN = 1



Jänneväli:

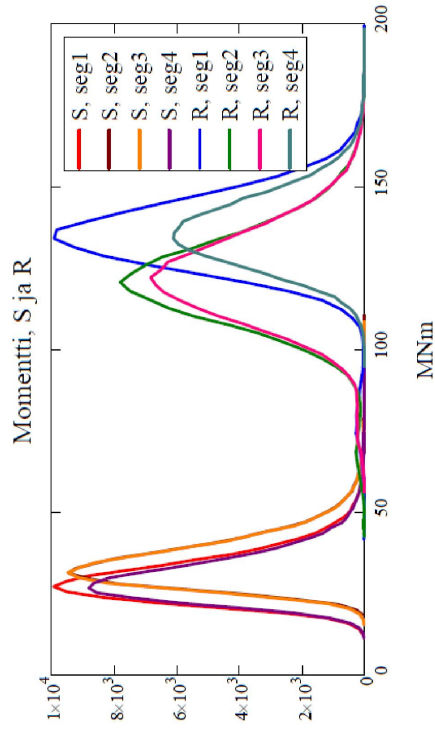
$$L := 32\text{m}$$

### B2 Palkin tiedot

#### B2.1 Materiaaliominaisuudet (vakiot) Teräs S355J2

Myyttölujuus:	$f_{yk} := 335 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	Levyyn paksuus > 40mm EN 1993-1-1
Tiheys:	$\rho_s := 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	
Tilavuuspaino:	$\gamma_s := \rho_s \cdot g$	$\gamma_s = 76.982 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$
Kimmokerroin:	$E := 210000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$	

### LIITE B: Luotettavuusanalyysi





Poissonin vakio:

$$\nu := 0.3$$

Liukkerroin:

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$G = 80769.231 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Epsilon:

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235 \cdot \text{MPa}}{f_{yk}}}$$

$$\epsilon = 0.838$$

Huom!  $\frac{MN}{m^2} = \frac{N}{\text{mm}^2}$

### B2.2 Profiili

W15000-40-80\*800

Korkeus:

$$h := 5000\text{mm}$$

Leveys:

$$b := 800\text{mm}$$

Laippojen paksuus:

$$t_f := 80\text{mm}$$

Uuman paksuus:

$$t_w := 40\text{mm}$$

Uuman korkeus:

$$h_w := h - 2 \cdot t_f$$

$$h_w = 4840\text{mm}$$

Hftsin mita:

$$a_w := 12\text{mm}$$

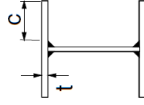
Pinta-ala (brutto):

$$A := 2 \cdot b \cdot t_f + h_w \cdot t_w$$

$$A = 321600 \cdot \text{mm}^2$$

### Poikkileikkausluokka

Laipat:



$$c_f := \frac{1}{2} (b - t_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a_w)$$

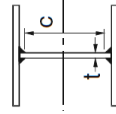
$$c_f = 363\text{mm}$$

$$\frac{c_f}{t_f} = 4.538 <$$

$$14 \cdot \epsilon = 11.726$$

Luokka < 4

Uuma:



$$c_w := h_w - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a_w$$

$$c_w = 4806\text{mm}$$

$$\frac{c_w}{t_w} = 120.151 >$$

$$124 \cdot \epsilon = 103.856$$

Luokka = 4

Poikkileikkaus kuuluu luokkaan 4.

### B3 Muuttujat

Määritetään muuttujien jakaumat ilman yksiköitä. Yksi kôt supistetaan pois parametreissa tai jakauman lausekkeessa tilanteen mukaan selkeimmän lopputuloksen saavuttamiseksi. Suuruus perustuu seuraaviin yksiköihin: MN, m

#### B3.1 Kestävyys

##### Materiaaliminaisuudet

Myyötölujuus:

$$f_{yk} = 335 \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

0.05 fraktiilin arvo.

Levyn paksuus > 40mm  
EN 1993-1-1

Oletetaan myötölujuuden noudattavan **logaritmistia normaaliijakaumaa**. Määritetään parametrit:

Variaatiokerroin:

$$c_{fy} := 0.07$$

[JCSS 3.3]

$$\xi_{fy} := \sqrt{\ln(1 + c_{fy}^2)}$$

$$\xi_{fy} = 0.07$$

$$k_{0,05} := \text{qnorm}(0.05, 0, 1) = -1.645$$

$$k_{0,05} = -1.645$$

$$\lambda_{fy} := \ln\left(\frac{f_{yk} \cdot \text{mm}^2}{N}\right) - \xi_{fy} \cdot k_{0,05}$$

$$\lambda_{fy} = 5.929$$

$$m_{fy} := \sqrt{1 + c_{fy}^2} \cdot e^{\lambda_{fy}}$$

$$m_{fy} = 376.747 \left(\frac{N}{\text{mm}^2}\right)$$

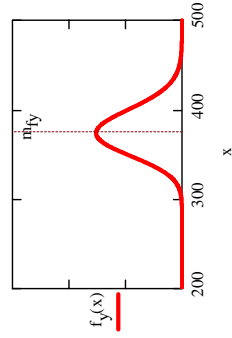
$$s_{fy} := c_{fy} \cdot m_{fy}$$

$$s_{fy} = 26.372 \left(\frac{N}{\text{mm}^2}\right)$$

$$f_y(x) := \text{dlnorm}(x, \lambda_{fy}, \xi_{fy})$$

$$C_{fy}(x) := \text{plnorm}(x, \lambda_{fy}, \xi_{fy})$$

**Myyötilujuus [N/mm<sup>2</sup>]**



**Kimmoerotoin:**

$$E = 210000 \frac{N}{mm^2}$$

Keskiarvo:

$$m_E := E \cdot \frac{mm^2}{N}$$

$$m_E = 210000 \left( \frac{N}{mm^2} \right)$$

Variatiokerroin:

$$c_E := 0.03$$

[JCSS 3.3]

Keskiahjont:

$$s_E := c_E \cdot m_E$$

$$s_E = 6300 \left( \frac{N}{mm^2} \right)$$

Oletaan kimmoerotoin noudattavan **logaritmisia normaaliakaunaa**. Määritetään parametri:

$$\xi_E := \sqrt{\ln\left(1 + c_E^2\right)}$$

$$\xi_E = 0.03$$

$$\lambda_E := \ln\left(\frac{m_E}{\sqrt{1 + c_E^2}}\right)$$

$$\lambda_E = 12.254$$

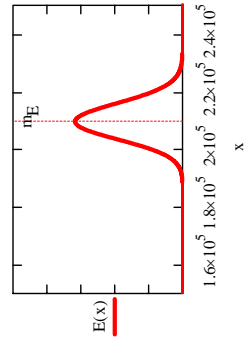
Tiheydfunktio:

$$E(x) := \text{dnorm}(x, \lambda_E, \xi_E)$$

Kertymäfunktio:

$$CE(x) := \text{pnorm}(x, \lambda_E, \xi_E)$$

**Kimmoerotoin [N/mm<sup>2</sup>]**



**Sivuttaistuet**

Tukien paikat ovat oletettavasti **normaalijakauneita** satunnaismuuttujia. Määritetään tarvittavat parametrit jakaunaa varten.

**Sijainti**

Keskiarvot: Tuki 1:  $m_{br1} := \frac{L}{4} \cdot \frac{1}{m}$   $m_{br1} = 8$  (m)

Tuki 2:  $m_{br2} := \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{m}$   $m_{br2} = 16$  (m)

Tuki 3:  $m_{br3} := \frac{3L}{4} \cdot \frac{1}{m}$   $m_{br3} = 24$  (m)

Keskiahjonnat:

$$s_{br1} := 0.15 \cdot m_{br1} \quad s_{br1} = 1.2 \quad (m)$$

$$s_{br2} := s_{br1} \quad s_{br2} = 1.2 \quad (m)$$

$$s_{br3} := s_{br1} \quad s_{br3} = 1.2 \quad (m)$$

Variatiokerroimet:

$$c_{br1} := \frac{s_{br1}}{m_{br1}} \quad c_{br1} = 0.15$$

$$c_{br2} := \frac{s_{br2}}{m_{br2}} \quad c_{br2} = 0.075$$

$$c_{br3} := \frac{s_{br3}}{m_{br3}} \quad c_{br3} = 0.05$$

Tukien paikkojen tiheydfunktiot:

$$br1(x) := \text{dnorm}(x, m_{br1}, s_{br1})$$

$$br2(x) := \text{dnorm}(x, m_{br2}, s_{br2})$$

$$br3(x) := \text{dnorm}(x, m_{br3}, s_{br3})$$

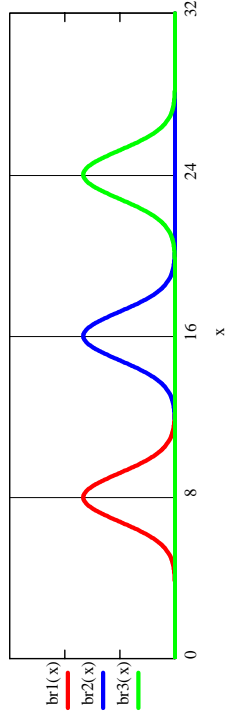
Kertymäfunktiot:

$$Cbr1(x) := \text{pnorm}(x, m_{br1}, s_{br1})$$

$$Cbr2(x) := \text{pnorm}(x, m_{br2}, s_{br2})$$

$$Cbr3(x) := \text{pnorm}(x, m_{br3}, s_{br3})$$

Tukien sijainti [m]

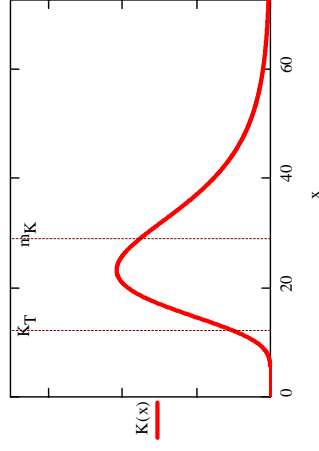


**Jäykkyys**

Tukien jäykkyyksien oletetaan noudattavan **logaritmitista normaali jakaumaa**. Jos jäykkyys kuitenkin alittaa kynnysjäykkyyden arvon sallien ensimmäisen muodon mukaisen kiepahduksen, oletetaan se storaan nolllaksi.

Kynnysjäykkyys:	$K_T := 12.19 \left( \frac{MN}{m} \right)$	$m_K = 29$	$m_K = 29 \left( \frac{MN}{m} \right)$
Jäykkyyden keskiarvo:	$m_K := 29$	$s_K = 11.6$	$s_K = 11.6 \left( \frac{MN}{m} \right)$
Jäykkyyden keskijointa:	$s_K := 0.4 \cdot m_K$	$c_K = 0.4$	
Jäykkyyden variaatiokerroin:	$c_K := \frac{s_K}{m_K}$	$\xi_K = 0.385$	
	$\xi_K := \sqrt{\ln\left(1 + c_K^2\right)}$	$\lambda_K = 3.293$	
	$\lambda_K := \ln\left(\frac{m_K}{\sqrt{1 + c_K^2}}\right)$		
Jäykkyyden tiheysfunktio:	$K(x) := dnorm(x, \lambda_K, s_K)$		
Kertymäfunktio:	$CK(x) := pnorm(x, \lambda_K, s_K)$		

Tuen jäykkyys [MN/m]



Todennäköisyys, että jäykkyys alittaa kynnysjäykkyyden:

$$P_{KT} := \int_0^{K_T} K(x) dx$$

$P_{KT} = 0.019843$

**B3.2 Rasitukset**

Pysyvät kuormat

Pysyvien kuormien suuruuden oletetaan noudattavan **normaalijakaumaa**.

<b>Oma paino:</b>	$s_{k0} := A \cdot \gamma_s$	$s_{k0} = 24.757 \cdot \frac{kN}{m}$
Keskiarvo:	$m_{g0} := s_{k0} \cdot MN$	$m_{g0} = 0.025 \left( \frac{MN}{m} \right)$
Variaatiokerroin: JCSS2 s.24	$c_{g0} := 0.01$	$c_{g0} = 0.01$
Keskijointa:	$s_{g0} := m_{g0} \cdot c_{g0}$	$s_{g0} = 0.00025 \left( \frac{MN}{m} \right)$
Tiheysfunktio:	$g_0(x) := dnorm(x, m_{g0}, s_{g0})$	
Kertymäfunktio:	$Cg_0(x) := pnorm(x, m_{g0}, s_{g0})$	
<b>Muu pysyvä tasainen kuorma:</b>	$s_{k1} := 45 \frac{kN}{m}$	
Keskiarvo:	$m_{g1} := s_{k1} \cdot MN$	$m_{g1} = 0.045 \left( \frac{MN}{m} \right)$

Variaatiokerroin:  
[Stochastic mod.]

$$c_{g1} := 0.10$$

$$c_{g1} = 0.1$$

Keskiahjontia:

$$s_{g1} := c_{g1} \cdot m_{g1}$$

$$s_{g1} = 0.0045 \left( \frac{MN}{m} \right)$$

Tiheysfunktio:

$$g_1(x) := \text{dnorm}(x, m_{g1}, s_{g1})$$

Kertymäfunktio:

$$C_{g1}(x) := \text{pnorm}(x, m_{g1}, s_{g1})$$

**Pysyvä osuus**

**pisteuormat :**

$$G_{k1} := 780kN$$

Keskisarvo:

$$m_{G1} := G_{k1} \cdot \frac{1}{MN}$$

$$m_{G1} = 0.78 \quad (MN)$$

Variaatiokerroin:  
[Stochastic mod.]

$$c_{G1} := 0.10$$

$$c_{G1} = 0.1$$

Keskiahjontia:

$$s_{G1} := c_{G1} \cdot m_{G1}$$

$$s_{G1} = 0.078 \quad (MN)$$

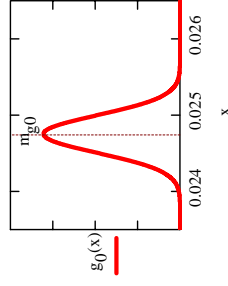
Tiheysfunktio:

$$G_1(x) := \text{dnorm}(x, m_{G1}, s_{G1})$$

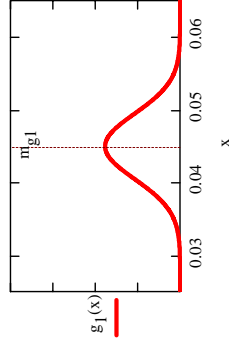
Kertymäfunktio:

$$C_{G1}(x) := \text{pnorm}(x, m_{G1}, s_{G1})$$

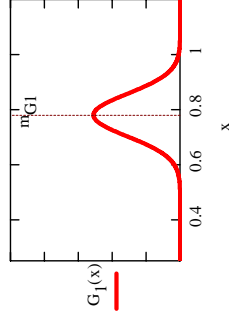
Oma paino [MN/m]



Tasan jakautunut [MN/m]



Pisteuormat [MN]



**Muuttuvatkuormat**

Muuttuvien kuormien suuruuden oletetaan noudattavan **logaritmista normaali** jakaumaa.

**Hyötykuorma tasan**

$$q_{k1} := 155 \frac{kN}{m}$$

0.95 fraktiilin arvo.

Oletetaan aluksi vakio variaatiokerroin, jonka avulla saadaan kiinteä keskiarvo. Näin keskiarvo ei muutu, kun varsinaista variaatiokerrointa muutetaan.

Oleettu

variaatiokerroin:

$$c_{q1_0} := 0.5 \quad \text{Valittu arvo. [Stochastic mod} \implies 0.35 \text{ (office)]}$$

$$\xi_{q1_0} := \sqrt{\ln\left(1 + c_{q1_0}^2\right)}$$

$$\xi_{q1_0} = 0.472$$

$$k_{0.95} := \text{qnorm}(0.95, 0, 1) = 1.645$$

$$k_{0.95} = 1.645$$

$$\lambda_{q1_0} := \ln\left(\frac{m}{q_{k1} \cdot MN}\right) - \xi_{q1_0} \cdot k_{0.95}$$

$$\lambda_{q1_0} = -2.641$$

Keskisarvo:

$$m_{q1} := \sqrt{1 + c_{q1_0}^2} \cdot e^{\lambda_{q1_0}}$$

$$m_{q1} = 0.08 \left( \frac{MN}{m} \right)$$

Analyyssissä käytettävä variaatiokerroin:

$$c_{q1} := 0.5 \quad \text{Valittu arvo. [Stochastic mod} \implies 0.35 \text{ (office)]}$$

Keskiahjontia:

$$s_{q1} := c_{q1} \cdot m_{q1}$$

$$s_{q1} = 0.04 \left( \frac{MN}{m} \right)$$

$$\xi_{q1} := \sqrt{\ln\left(1 + c_{q1}^2\right)}$$

$$\xi_{q1} = 0.472$$

$$\lambda_{q1} := \ln\left(\frac{m_{q1}}{\sqrt{1 + c_{q1}^2}}\right)$$

$$\lambda_{q1} = -2.641$$

Tiheysfunktio:

$$q_1(x) := \text{dnorm}(x, \lambda_{q1}, s_{q1})$$

Kertymäfunktio:

$$C_{q1}(x) := \text{pnorm}(x, \lambda_{q1}, s_{q1})$$

**Hyötykuorman osuus pisteuormista:**

$$Q_{k1} := 2600kN$$

0.95 fraktiilin arvo.

Oletetaan aluksi vakio variaatiokerroin, jonka avulla saadaan kiinteä keskiarvo. Näin keskiarvo ei muutu, kun varsinaista variaatiokerrointa muutetaan.

Oletettu variaatiokerroin:

$$c_{Q1\_0} := 0.5 \quad \text{Valittu arvo. [Stochastic mod ==> 0.35 (office)]}$$

$$\xi_{Q1\_0} := \sqrt{\ln\left(1 + c_{Q1\_0}^2\right)}$$

$$\xi_{Q1\_0} = 0.472$$

$$k_{0,95} := \text{qnorm}(0.95, 0, 1) = 1.645$$

$$k_{0,95} = 1.645$$

$$\lambda_{Q1\_0} := \ln\left(Q_{k1} \cdot \frac{1}{MN}\right) - \xi_{Q1\_0} \cdot k_{0,95}$$

$$\lambda_{Q1\_0} = 0.179$$

$$m_{Q1} := \sqrt{1 + c_{Q1\_0}^2} \cdot e^{\lambda_{Q1\_0}}$$

$$m_{Q1} = 1.337 \text{ (MN)}$$

Keskisarvo:

Analyysissä käytettävä variaatiokerroin:

$$c_{Q1} := 0.5 \quad \text{Valittu arvo. [Stochastic mod ==> 0.35 (office)]}$$

Keskiahajonta:

$$s_{Q1} := c_{Q1} \cdot m_{Q1} \quad s_{Q1} = 0.668 \text{ (MN)}$$

$$\xi_{Q1} := \sqrt{\ln\left(1 + c_{Q1}^2\right)}$$

$$\xi_{Q1} = 0.472$$

$$\lambda_{Q1} := \ln\left(\frac{m_{Q1}}{\sqrt{1 + c_{Q1}^2}}\right)$$

$$\lambda_{Q1} = 0.179$$

Tiheyshanktio:

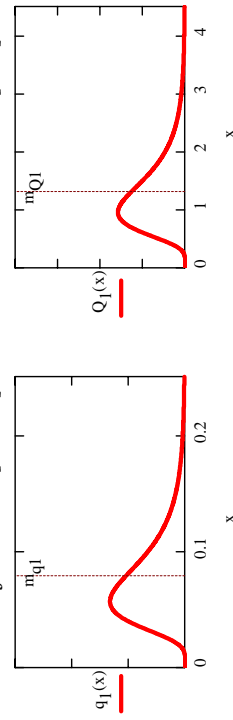
$$Q_1(x) := \text{dnorm}(x, \lambda_{Q1}, \xi_{Q1})$$

Kertymäfunktio:

$$CQ_1(x) := \text{pnorm}(x, \lambda_{Q1}, \xi_{Q1})$$

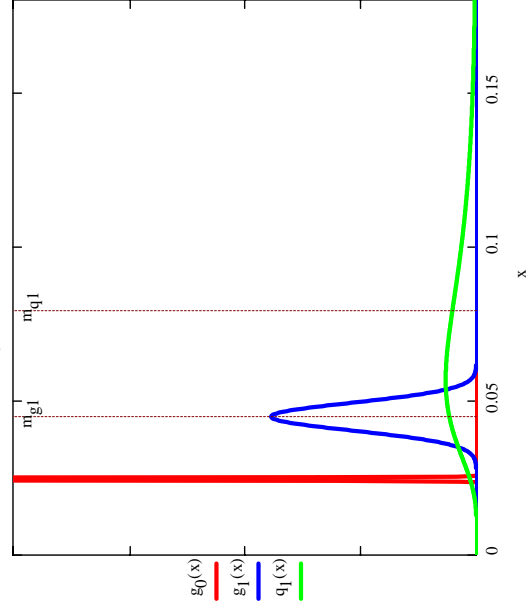
### Höytkuorma

Tasan jakautunut [MN/m]

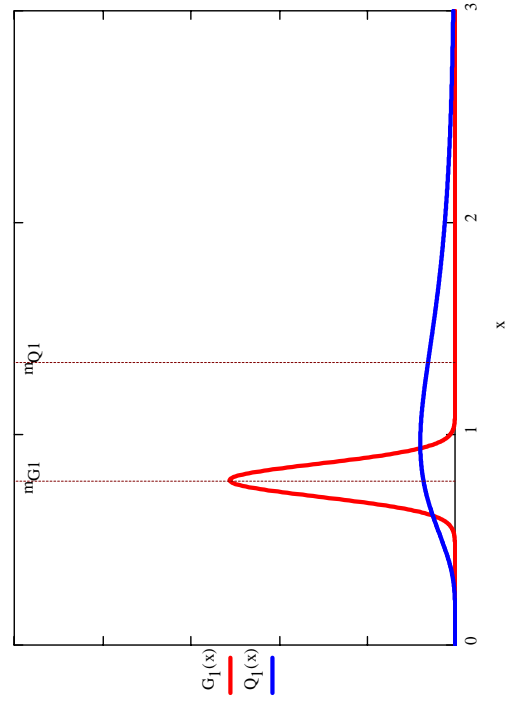


### Kaikki kuormat

Tasan jakautuneet [MN/m]



Pistekuormat [MN]



**Muuttuvien kuormien osuus**

Lasketaan muuttuvien kuormien osuus kokonaiskuormasta keskiarvona piste-kuormien ja tasan jakautuneiden kuormien osalta.

$$Q_{ratio} := \frac{Q_{k1} + C_{k1} \cdot \frac{q_{k1}}{q_0 + g_{k1} + q_{k1}}}{2} \quad Q_{ratio} = 0.729$$

**B4 Monte Carlo simulaatio**

Monte Carlo simulation with LHS [M. Derry, Master's thesis].

Otoksen koko:  $M := 10^5$

Laskenta-arvo:  $M_{lhs} := M + 2$   
 +2 johtuu laskentatavasta eikä sisälly otokseen todellisuudessa.

**B4.1 Kestävyyden muuttujat**

MYÖTÖLIIJUUS

Interval points

$$x\_fy := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_fy_n \leftarrow \text{qlnorm} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, \lambda_{fy}, \xi_{fy} \right) \end{array} \right. x\_fy$$

Sampling

$$fy\_sam := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ \text{ran} \leftarrow \text{runif}(1, x\_fy_k, x\_fy_{k+1}) \\ fy\_sam_k \leftarrow \text{ran}_1 \end{array} \right. fy\_sam$$

Randomizing sample

$$\left( \begin{array}{l} \text{randvect\_out} \\ t\_calc \end{array} \right) := \left( \begin{array}{l} \text{Randomize vector} \\ (fy\_sam \text{ length}(fy\_sam)) \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} fy\_lhs := \text{randvect\_out} \\ t\_calc = 1415.97266 \end{array}$$

	1
1	325.595
2	397.582
3	374.774
4	367.278
5	...

$fy\_lhs =$

$$\begin{array}{l} \text{mean}(fy\_lhs) = 376.747 \\ \text{stdev}(fy\_lhs) = 26.367 \\ \text{stddev}(fy\_lhs) = 0.07 \\ \text{mean}(fy\_lhs) = 376.747 \\ s_{fy} = 26.372 \\ c_{fy} = 0.07 \end{array}$$

$$f_y := fy\_lhs \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Kimmoerotoin

Interval points

$$x\_E := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_E_n \leftarrow \text{qlnorm} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, \lambda_E, \xi_E \right) \end{array} \right. x\_E$$

Sampling

$$E\_sam := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ \text{ran} \leftarrow \text{runif}(1, x\_E_k, x\_E_{k+1}) \\ E\_sam_k \leftarrow \text{ran}_1 \end{array} \right. E\_sam$$

Randomizing sample

$$\left( \begin{array}{l} \text{randvect\_out} \\ t\_calc \end{array} \right) := \left( \begin{array}{l} \text{Randomize vector} \\ (E\_sam \text{ length}(E\_sam)) \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} E\_lhs := \text{randvect\_out} \\ t\_calc = 1417.07 \end{array}$$

	1
1	201795.922
2	208237.941
3	212872.798
4	216506.667
5	...

$E\_lhs =$

$$\begin{array}{l} \text{mean}(E\_lhs) = 209999.976 \\ \text{stdev}(E\_lhs) = 6298.817 \\ \text{stddev}(E\_lhs) = 0.03 \\ \text{mean}(E\_lhs) = 210000 \\ s_E = 6300 \\ c_E = 0.03 \end{array}$$

$$E := E\_lhs \cdot \frac{N}{\text{mm}^2}$$

**Tukien sijainnit**

**Tuki 1, sijainti**

Interval points

$$x\_br1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_br1_n \leftarrow \text{qnorm} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, m_{br1}, s_{br1} \right) \\ x\_br1 \end{cases}$$

Sampling

$$br1\_sam := \begin{cases} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ ran \leftarrow \text{runif}(1, x\_br1_k, x\_br1_{k+1}) \\ br1\_sam_k \leftarrow ran_1 \\ br1\_sam \end{cases}$$

Randomizing sample

$$\begin{pmatrix} \text{randvect\_out} \\ \text{t\_calc} \end{pmatrix} := \begin{cases} \text{Randomize vector} \\ (br1\_sam \text{ length}(br1\_sam)) \end{cases}$$

	1
1	7.837
2	9.269
3	6.719
4	7.947
5	...

$$br1\_lhs = \begin{cases} \text{mean}(br1\_lhs) = 8 \\ \text{stdev}(br1\_lhs) = 1.2 \\ \frac{\text{stdev}(br1\_lhs)}{\text{mean}(br1\_lhs)} = 0.15 \end{cases}$$

$$m_{br1} = 8$$

$$s_{br1} = 1.2$$

$$c_{br1} = 0.15$$

$$br1\_lhs := \text{randvect\_out}$$

$$t\_calc = 1434.988$$

**Tuki 2, sijainti**

Interval points

$$x\_br2 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_br2_n \leftarrow \text{qnorm} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, m_{br2}, s_{br2} \right) \\ x\_br2 \end{cases}$$

Sampling

$$br2\_sam := \begin{cases} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ ran \leftarrow \text{runif}(1, x\_br2_k, x\_br2_{k+1}) \\ br2\_sam_k \leftarrow ran_1 \\ br2\_sam \end{cases}$$

Randomizing sample

$$\begin{pmatrix} \text{randvect\_out} \\ \text{t\_calc} \end{pmatrix} := \begin{cases} \text{Randomize vector} \\ (br2\_sam \text{ length}(br2\_sam)) \end{cases}$$

	1
1	16.368
2	16.635
3	13.515
4	16.65
5	...

$$br2\_lhs = \begin{cases} \text{mean}(br2\_lhs) = 16 \\ \text{stdev}(br2\_lhs) = 1.2 \\ \frac{\text{stdev}(br2\_lhs)}{\text{mean}(br2\_lhs)} = 0.075 \end{cases}$$

$$m_{br2} = 16$$

$$s_{br2} = 1.2$$

$$c_{br2} = 0.075$$

**Tuki 3, sijainti**

Interval points

$$x\_br3 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_br3_n \leftarrow \text{qnorm} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, m_{br3}, s_{br3} \right) \\ x\_br3 \end{cases}$$

Sampling

$$br3\_sam := \begin{cases} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ ran \leftarrow \text{runif}(1, x\_br3_k, x\_br3_{k+1}) \\ br3\_sam_k \leftarrow ran_1 \\ br3\_sam \end{cases}$$

Randomizing sample

$$\begin{pmatrix} \text{randvect\_out} \\ \text{t\_calc} \end{pmatrix} := \begin{cases} \text{Randomize vector} \\ (br3\_sam \text{ length}(br3\_sam)) \end{cases}$$

$$br3\_lhs := \text{randvect\_out}$$

$$t\_calc = 1398.328$$

1
1
24.683
2
24.192
3
23.384
4
23.967
...

br3\_lhs =

mean(br3\_lhs) = 24  
 stdev(br3\_lhs) = 1.2  
 stdev(br3\_lhs) / mean(br3\_lhs) = 0.05  
 mbr3 = 24  
 sbr3 = 1.2  
 cbr3 = 0.05

Varmistetaan tukien oikea järjestys:

```

br1 := for n ∈ 1..M
      t_n ← min(br1_lhs_n, br2_lhs_n, br3_lhs_n)
      t
br2 := for n ∈ 1..M
      t_n ← median(br1_lhs_n, br2_lhs_n, br3_lhs_n)
      t
br3 := for n ∈ 1..M
      t_n ← max(br1_lhs_n, br2_lhs_n, br3_lhs_n)
      t
    
```

**Tukien jäykkyydet**

Interval points

$x_K := \left[ \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \right.$   
 $\left. x_n \leftarrow \text{qlnorm} \left( \sum_{j=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, \lambda_K, \xi_K \right) \right]$   
 $x_K$

Sampling

$K\_sam := \left[ \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \right.$   
 $\left. \text{ran} \leftarrow \text{runif} (1, x_K, x_{K+1}) \right]$   
 $K\_sam_k \leftarrow \text{ran}_k$   
 $K\_sam$

**Tuki 1, jäykkyys**

Randomizing sample

$\left( \begin{array}{c} \text{randvect\_out} \\ \text{t\_calc} \end{array} \right) := \left[ \begin{array}{c} \text{Randomize vector} \\ (K\_sam \text{ length}(K\_sam)) \end{array} \right]$   
 $K1\_lhs := \text{randvect\_out}$   
 $t\_calc = 1389.711$

Satunnaisarvot

1
1
73.867
2
21.51
3
39.092
4
17.861
...

n := 1, 2..M

$K1_n := \begin{cases} 1000 & \text{if } K1\_lhs_n > K_T \\ 0 & \text{if } K1\_lhs_n \leq K_T \end{cases}$   
 $K1 =$

1
1
1000
2
1000
3
1000
4
1000
5
...

$K_T = 12.19$

mean(K1\_lhs) = 28.999     $m_K = 29$   
 stdev(K1\_lhs) = 11.593     $s_K = 11.6$   
 $\frac{\text{stdev}(K1\_lhs)}{\text{mean}(K1\_lhs)} = 0.4$      $c_K = 0.4$

**Tuki 2, jäykkyys**

Randomizing sample

$\left( \begin{array}{c} \text{randvect\_out} \\ \text{t\_calc} \end{array} \right) := \left[ \begin{array}{c} \text{Randomize vector} \\ (K\_sam \text{ length}(K\_sam)) \end{array} \right]$   
 $K2\_lhs := \text{randvect\_out}$   
 $t\_calc = 1405.816$

Satunnaisarvot

1
1
26.989
2
47.236
3
37.713
4
13.738
...

n := 1, 2..M

$K2_n := \begin{cases} 1000 & \text{if } K2\_lhs_n > K_T \\ 0 & \text{if } K2\_lhs_n \leq K_T \end{cases}$   
 $K2 =$

1
1
1000
2
1000
3
1000
4
1000
5
...

$K_T = 12.19$

mean(K2\_lhs) = 28.999     $m_K = 29$   
 stdev(K2\_lhs) = 11.593     $s_K = 11.6$   
 $\frac{\text{stdev}(K2\_lhs)}{\text{mean}(K2\_lhs)} = 0.4$      $c_K = 0.4$



**Tuki 3, jäykkyys**

Randomizing sample

```
(randvect_out
 t_calc) := Randomize vector
(K_sam length(K_sam))
K3_lhs := randvect_out
t_calc = 1388.57
```

Satunnaisarvot

	1
1	31.997
2	26.626
3	53.65
4	33.924
5	...

K3\_lhs =

n := 1..2..M

$$K3_n := \begin{cases} 1000 & \text{if } K3\_lhs_n > K_T \\ 0 & \text{if } K3\_lhs_n \leq K_T \end{cases}$$

K3 =

Laskenta-arvot

	1
1	1000
2	1000
3	1000
4	1000
5	...

K<sub>T</sub> = 12.19

mean(K3\_lhs) = 28.999    m<sub>K</sub> = 29

stdev(K3\_lhs) = 11.593    s<sub>K</sub> = 11.6

$\frac{stdev(K3\_lhs)}{mean(K3\_lhs)} = 0.4$     c<sub>K</sub> = 0.4

**B4.2 Rasituksen muutujat**

Pysyvät kuormat

**Oma paino**

Interval points

```
x_g0 := for n in 1..(M_lhs - 1)
x_g0_n ← qnorm(
 $\sum_{i=1}^n \frac{1}{M\_lhs}$ , m_g0, s_g0)
x_g0
```

Sampling

```
(randvect_out
 t_calc) := Randomize vector
(g_l_sam length(g_l_sam))
g_l_lhs := randvect_out
t_calc = 1387.578
```

```
g0_sam := for k in 1..(M_lhs - 2)
ran ← runif(1, x_g0_k, x_g0_{k+1})
g0_sam_k ← ran
g0_sam
```

Randomizing sample

```
(randvect_out
 t_calc) := Randomize vector
(g0_sam length(g0_sam))
g0_lhs := randvect_out
t_calc = 1402.656
```

	1
1	0.025
2	0.025
3	0.025
4	0.024
5	...

g0\_lhs =

g<sub>0</sub> := g<sub>0\_lhs</sub> ·  $\frac{MN}{m}$     m<sub>g0</sub> = 0.025

stdev(g<sub>0\_lhs</sub>) = 0.00025    s<sub>g0</sub> = 0.00025

$\frac{stdev(g0\_lhs)}{mean(g0\_lhs)} = 0.01$     c<sub>g0</sub> = 0.01

mean(g<sub>0\_lhs</sub>) = 0.0248

**Muu pysyvä kuorma, tasan jakautunut**

Interval points

```
x_g1 := for n in 1..(M_lhs - 1)
x_g1_n ← qnorm(
 $\sum_{i=1}^n \frac{1}{M\_lhs}$ , m_g1, s_g1)
x_g1
```

Sampling

```
g1_sam := for k in 1..(M_lhs - 2)
ran ← runif(1, x_g1_k, x_g1_{k+1})
g1_sam_k ← ran
g1_sam
```

Randomizing sample

```
(randvect_out
 t_calc) := Randomize vector
(g_l_sam length(g_l_sam))
g_l_lhs := randvect_out
t_calc = 1387.578
```

	1
1	0.046
2	0.038
3	0.046
4	0.043
5	...

$g1\_lhs =$   
 $mean(g1\_lhs) = 0.045$   
 $stdev(g1\_lhs) = 0.0045$   
 $stdev(g1\_lhs) = 0.1$   
 $mean(g1\_lhs) = 0.1$

$m_{g1} = 0.045$   
 $s_{g1} = 0.0045$   
 $c_{g1} = 0.1$

$$g1 := g1\_lhs \cdot \frac{MN}{m}$$

**Pysyvä kuorma, pistekuormat**

Interval points

$$x\_G1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_G1_n \leftarrow qnorm \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, m_{G1}, s_{G1} \right) \end{cases} x\_G1$$

Sampling

$$G1\_sam := \begin{cases} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ \text{ran} \leftarrow \text{runif}(1, x\_G1_k, x\_G1_{k+1}) \\ G1\_sam_k \leftarrow \text{ran}_1 \end{cases} G1\_sam$$

Randomizing sample

$$\begin{pmatrix} \text{randvect\_out} \\ t\_calc \end{pmatrix} := \begin{matrix} \text{Randomize vector} \\ (G1\_sam \text{ length}(G1\_sam)) \end{matrix} \quad G1\_lhs := \text{randvect\_out} \quad t\_calc = 1392.266$$

	1
1	0.845
2	0.816
3	0.737
4	0.772
5	...

$G1\_lhs =$   
 $mean(G1\_lhs) = 0.78$   
 $stdev(G1\_lhs) = 0.07799$   
 $stdev(G1\_lhs) = 0.1$   
 $mean(G1\_lhs) = 0.1$

$m_{G1} = 0.78$   
 $s_{G1} = 0.078$   
 $c_{G1} = 0.1$

$$G1 := G1\_lhs \cdot MN$$

**Muuttuvat kuormat**

**Hyötykuorma, tasan jakautumut**

Interval points

$$x\_q1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_q1_n \leftarrow qnorm \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, \lambda_{q1}, \xi_{q1} \right) \end{cases} x\_q1$$

Sampling

$$q1\_sam := \begin{cases} \text{for } k \in 1..(M_{lhs} - 2) \\ \text{ran} \leftarrow \text{runif}(1, x\_q1_k, x\_q1_{k+1}) \\ q1\_sam_k \leftarrow \text{ran}_1 \end{cases} q1\_sam$$

Randomizing sample

$$\begin{pmatrix} \text{randvect\_out} \\ t\_calc \end{pmatrix} := \begin{matrix} \text{Randomize vector} \\ (q1\_sam \text{ length}(q1\_sam)) \end{matrix} \quad q1\_lhs := \text{randvect\_out} \quad t\_calc = 1389.281$$

	1
1	0.061
2	0.105
3	0.048
4	0.043
5	...

$q1\_lhs =$   
 $mean(q1\_lhs) = 0.0797$   
 $stdev(q1\_lhs) = 0.03981$   
 $stdev(q1\_lhs) = 0.5$   
 $mean(q1\_lhs) = 0.5$

$m_{q1} = 0.08$   
 $s_{q1} = 0.03984$   
 $c_{q1} = 0.5$

$$q1 := q1\_lhs \cdot \frac{MN}{m}$$

**Hyötykuorma, pistekuormat**

Interval points

$$x\_Q1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..(M_{lhs} - 1) \\ x\_Q1_n \leftarrow qnorm \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{M_{lhs}}, \lambda_{Q1}, \xi_{Q1} \right) \end{cases} x\_Q1$$

**Sampling**

```

Q1_sam := for k ∈ 1..(M_lhs - 2)
           | ran ← runif(1..x_Q1_k..x_Q1_{k+1})
           | Q1_sam_k ← ran_1
           | Q1_sam
    
```

**Randomizing sample**

```

(randvect_out
 t_calc) := Randomize vector
    
```

```
Q1_lhs := randvect_out
```

```
(Q1_sam length(Q1_sam)) t_calc = 1394,609
```

1
0.569
2
1.472
3
0.995
4
1.613
5
...

```
mean(Q1_lhs) = 1,3365
```

```
m_Q1 = 1,337
```

```
stdev(Q1_lhs) = 0,66772
```

```
s_Q1 = 0,66827
```

```
stdev(Q1_lhs) / mean(Q1_lhs) = 0,5
```

```
c_Q1 = 0,5
```

```
Q1 := Q1_lhs * MN
```

**B5 Voimasuureet**

Pistekuormat

Pistekuormat vaikuttavat aina reunimmaisten sivuttaistukien kohdalla.

Pistekuormien sijainni:

$$a_1 := br_1$$

$$b_1 := L - a_1$$

$$a_2 := br_3$$

$$b_2 := L - a_2$$

Tasaiset kuormat:

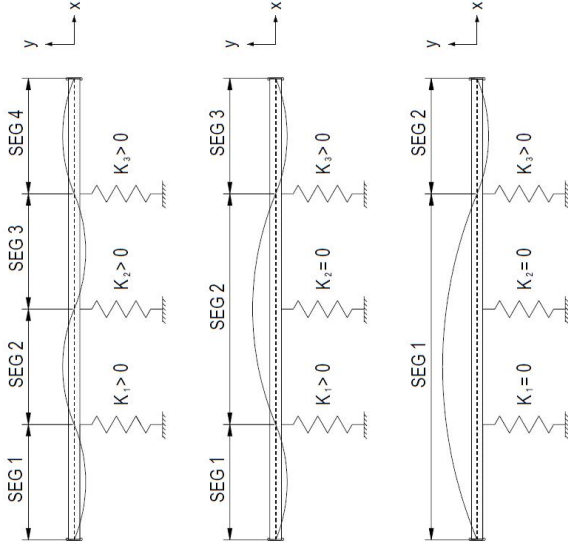
$$p := a_0 + g_1 + q_1$$

Pistekuormat:

$$P := G_1 + Q_1$$

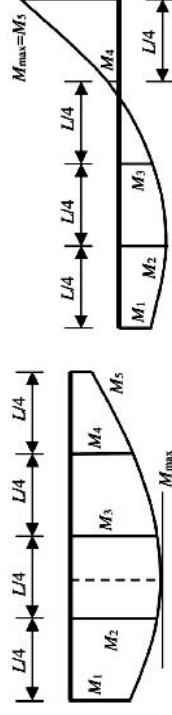
**B5.1 Taivutusmomentti**

Jaetaan palkki segmentteihin, joille tehdään kiepahdustarkastelu erikseen. Segmenttien rajoina ovat toiminnalliset sivuttaistuet ts. tuet, joiden jäykkyys > 0.



*Palkin jako kiepahdussegmentteihin riippuen sivuttaistukien jäykkyydestä.*

Määritetään taivutusmomentin arvot pisteittäin kiepahdussegmenttien päätte- ja välipisteissä jokaiselle tapaukselle n. Taivutusmomentti oletetaan lineaarisiksi pisteiden väliillä, jolloin maksimiarvo momentille sisältyy pisteittäin poimituihin momentin arvoihin.



*Yhden kiepahdussegmentin välimomenttien poimiminen.*

Tapausten indeksit:

$$n := 1, 2, \dots, M$$

Kiepahdussegmenttien määrittäminen

Tukien lukumääri:

$$n_{br, n} := \frac{K_1}{K_1 + K_2} + \frac{K_2}{K_2 + K_3} + \dots + \frac{K_n}{K_n}$$

HUOM! Asetuksissa 0/0=0

$$n_{seg} := n_{br} + 1$$

Segmenttien lukumääriä:

Segmenttien päätepiiseet:

$$X_{start}_1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow 0 \text{ m} \\ \end{cases} t$$

$$X_{end}_1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} br1_n & \text{if } K1_n \neq 0 \\ \text{otherwise} & \\ br2_n & \text{if } K2_n \neq 0 \\ \text{otherwise} & \\ br3_n & \text{if } K3_n \neq 0 \\ L & \text{otherwise} \end{cases} \\ \end{cases} t$$

$$X_{start}_2 := X_{end}_1$$

$$X_{end}_2 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} br2_n & \text{if } K2_n \neq 0 \wedge (X_{end}_1)_n \neq br2_n \\ \text{otherwise} & \\ br3_n & \text{if } K3_n \neq 0 \wedge (X_{end}_1)_n \neq br3_n \\ L & \text{otherwise} \end{cases} \\ \end{cases} t$$

$$X_{start}_3 := X_{end}_2$$

$$X_{end}_3 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} br3_n & \text{if } n_{br} = 3 \\ L & \text{otherwise} \end{cases} \\ \end{cases} t$$

$$X_{start}_4 := X_{end}_3$$

$$X_{end}_4 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow L \\ \end{cases} t$$

Segmenttien pituudet:

$$L_{seg}_1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow (X_{end}_1)_n - (X_{start}_1)_n \\ \end{cases} t$$

$$L_{seg}_2 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow (X_{end}_2)_n - (X_{start}_2)_n \\ \end{cases} t$$

$$L_{seg}_3 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow (X_{end}_3)_n - (X_{start}_3)_n \\ \end{cases} t$$

$$L_{seg}_4 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow (X_{end}_4)_n - (X_{start}_4)_n \\ \end{cases} t$$

Segmentin i välipiiseet 1..5:

$$X\_Points := \begin{cases} \text{for } i \in 1,2..4 \\ \text{for } j \in 1,2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow (X_{start}_i) + \frac{j-1}{4} \cdot (L_{seg}_i) \\ \end{cases} t$$

Taivutusmomentin arvot

Momentti tasaisesta kuormasta:

$$M_q(x) := \frac{p \cdot L \cdot x}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

Momentti pistekuormasta:

$$M_p(x) := \begin{cases} \frac{P \cdot b_p}{L} \cdot x & \text{if } x \leq a_p \\ \frac{P \cdot a_p}{L} \cdot (L - x) & \text{if } x > a_p \end{cases}$$

$a_p = \text{Kuorman vaikutuspiste}$   
 $b_p = L - a_p$

Momentin arvot segmenttien päte- ja välipiiseissä

$$M_p := \begin{cases} \text{for } i \in 1,2..4 \\ \text{for } j \in 1,2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow \left[ \frac{P \cdot X\_Points_{i,j}}{2} \cdot \left(1 - X\_Points_{i,j}\right) \right] \\ \end{cases} t$$

Tasainen kuorma:

$$\text{Pistekuorma 1: } M_{p1} := \left[ \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2..4 \\ \text{for } j \in 1..2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow \left[ \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..M \\ s_k \leftarrow \frac{P_k \cdot b_{1k} \cdot (X\_Points_{i,j})_k}{L} \text{ if } (X\_Points_{i,j})_k \leq a_{1k} \\ \frac{P_k \cdot a_{1k} \cdot [L - (X\_Points_{i,j})_k]}{L} \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{array} \right]_s$$

$$\text{Pistekuorma 2: } M_{p2} := \left[ \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2..4 \\ \text{for } j \in 1..2..5 \\ t_{i,j} \leftarrow \left[ \begin{array}{l} \text{for } k \in 1..M \\ s_k \leftarrow \frac{P_k \cdot b_{2k} \cdot (X\_Points_{i,j})_k}{L} \text{ if } (X\_Points_{i,j})_k \leq a_{2k} \\ \frac{P_k \cdot a_{2k} \cdot [L - (X\_Points_{i,j})_k]}{L} \text{ otherwise} \end{array} \right] \end{array} \right]_s$$

Yhteisvaikutus:  $M_{Tot} := M_p + M_{p1} + M_{p2}$

Tapauskohittaiset momentin arvot pisteissä:

$$M\_per\_case_n := \left[ \begin{array}{l} (M_{Tot}_{1,1})_n (M_{Tot}_{1,2})_n (M_{Tot}_{1,3})_n (M_{Tot}_{1,4})_n (M_{Tot}_{1,5})_n \\ (M_{Tot}_{2,1})_n (M_{Tot}_{2,2})_n (M_{Tot}_{2,3})_n (M_{Tot}_{2,4})_n (M_{Tot}_{2,5})_n \\ (M_{Tot}_{3,1})_n (M_{Tot}_{3,2})_n (M_{Tot}_{3,3})_n (M_{Tot}_{3,4})_n (M_{Tot}_{3,5})_n \\ (M_{Tot}_{4,1})_n (M_{Tot}_{4,2})_n (M_{Tot}_{4,3})_n (M_{Tot}_{4,4})_n (M_{Tot}_{4,5})_n \end{array} \right]$$

Segmenttien maksimiarvot:  $MaxM\_seg_1 := \left[ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \max \left[ \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..5 \\ s_j \leftarrow (M_{Tot}_{1,j})_n \end{array} \right] \end{array} \right]_s$

$$MaxM\_seg_2 := \left[ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \max \left[ \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..5 \\ s_j \leftarrow (M_{Tot}_{2,j})_n \end{array} \right] \end{array} \right]_s$$

$$MaxM\_seg_3 := \left[ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \max \left[ \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..5 \\ s_j \leftarrow (M_{Tot}_{3,j})_n \end{array} \right] \end{array} \right]_s$$

$$MaxM\_seg_4 := \left[ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \max \left[ \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..5 \\ s_j \leftarrow (M_{Tot}_{4,j})_n \end{array} \right] \end{array} \right]_s$$

Globaalit maksimiarvot:  $MaxM := \left[ \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \max(M\_per\_case_n) \end{array} \right]_t$

Suurin momentin arvo kaikista:  $MAX\_M\_OF\_ALL := \max(MaxM) = 111.097 \cdot MN \cdot m$

Suurimman momentin tuottaman tapauksen indeksi n:  $index\_of\_MAX := \text{match}(\max(MaxM), MaxM)_1 = 61651$

Pienin maksimimomentti:  $min\_MaxM := \min(MaxM) = 17.691 \cdot MN \cdot m$

Pienimmän maksimimomentin tuottaman tapauksen indeksi n:  $index\_of\_min := \text{match}(\min(MaxM), MaxM)_1 = 48358$

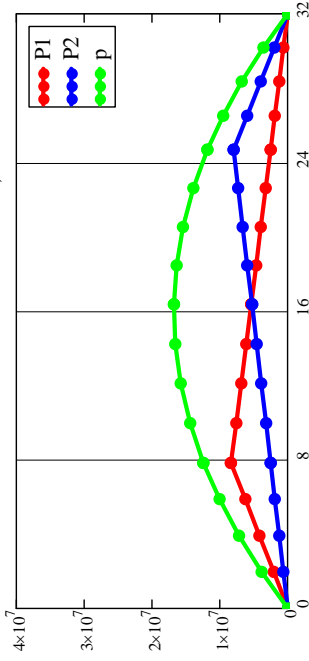
Mediaani maksimimomentti:  $med\_MaxM := \text{median}(MaxM) = 34.849 \cdot MN \cdot m$

Mediaani maksimimomentin tuottaman tapauksen indeksi n:  $index\_of\_mEd := \text{match}(\text{median}(MedM), MedM)_1 = 45972$

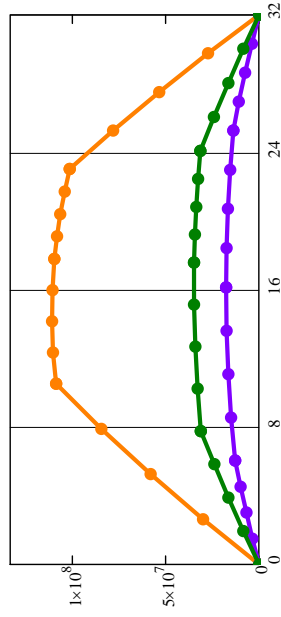
```

xM_n := | for i ∈ 1..4
          for j ∈ 1..5
            t_{(i-1)*5+j} ← (X_Points_{i,j})_n
          |
yM_n := | for i ∈ 1..4
          for j ∈ 1..5
            t_{(i-1)*5+j} ← (M_Tot_{i,j})_n
          |
    
```

Taivutusmomentti kuormittain, n=1



Kokonaismomentti ääri- ja mediaanitapauksilla



- n=index\_of\_MAX (suurin maksimimomentti)
- n=index\_of\_min (pienin maksimimomentti)
- n=index\_of\_mEd (mediaani maksimimomentti)

**B5.2 Leikkausvoima**

Määritetään leikkausvoiman arvot palkin päissä. Käytetään itseisarvoja.

Alkupää x = 0

Tasaisen kuorman osuus:  $V_{0\_p} := p \cdot \frac{L}{2}$

Pistekuormien osuus:  $V_{0\_P1} := \left( \frac{P \cdot b_1}{L} \right)$

$V_{0\_P2} := \left( \frac{P \cdot b_2}{L} \right)$

Kokonaisvaikutus:  $V_0 := V_{0\_p} + V_{0\_P1} + V_{0\_P2}$

Loppupää x = L

Tasaisen kuorman osuus:  $V_{L\_p} := p \cdot \frac{L}{2}$

Pistekuormien osuus:  $V_{L\_P1} := \left( \frac{P \cdot a_1}{L} \right)$

$V_{L\_P2} := \left( \frac{P \cdot a_2}{L} \right)$

Kokonaisvaikutus:  $V_L := V_{L\_p} + V_{L\_P1} + V_{L\_P2}$

Minimiarvot:	$\min(V_0) = 2.363 \cdot \text{MN}$	$\min(V_L) = 2.287 \cdot \text{MN}$
Keskisarvot:	$\text{mean}(V_0) = 4.507 \cdot \text{MN}$	$\text{mean}(V_L) = 4.507 \cdot \text{MN}$
Mediaanit:	$\text{median}(V_0) = 4.355 \cdot \text{MN}$	$\text{median}(V_L) = 4.359 \cdot \text{MN}$
Varianssiokertoimet:	$\frac{\text{stdev}(V_0)}{\text{mean}(V_0)} = 0.21$	$\frac{\text{stdev}(V_L)}{\text{mean}(V_L)} = 0.21$
Maksimi-arvot:	$\max(V_0) = 13.192 \cdot \text{MN}$	$\max(V_L) = 12.744 \cdot \text{MN}$

Mitoitusarvot  
 $V_{Ed} := \begin{pmatrix} V_0 \\ V_L \end{pmatrix}$

**B6 Palkin kestävyys**

**B6.1 Poikkileikkauksen kestävyys**

Teholliset poikkileikkauksuureet määritetty liitteessä A.

Taivutusmomentti

$W_{y,\text{eff}} := 0.435 \text{ m}^3$

Taivutuskestävyys:

$$M_{pl,R} := W_{y,eff} \cdot f_y$$

Minimi:

$$\min(M_{pl,R}) = 122.472 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

Keskisarvo:

$$\text{mean}(M_{pl,R}) = 163.885 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

Mediaani:

$$\text{median}(M_{pl,R}) = 163.485 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

Väriäitokerroin:

$$\frac{\text{stdev}(M_{pl,R})}{\text{mean}(M_{pl,R})} = 0.07$$

Maksimi:

$$\max(M_{pl,R}) = 219.64 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

### Leikkausvoima

$$\eta := 1.0 \quad \text{Myöteöljittumista ei huomioida.}$$

Leikkauuspinta-ala:

$$A_V := \eta \cdot h_w \cdot t_w \quad A_V = 193600 \cdot \text{mm}^2$$

Leikkauskestävyys:

$$V_{pl,R} := \frac{A_V \cdot f_y}{\sqrt{3}}$$

Minimi:

$$\min(V_{pl,R}) = 31.47 \cdot \text{MN}$$

Keskisarvo:

$$\text{mean}(V_{pl,R}) = 42.111 \cdot \text{MN}$$

Mediaani:

$$\text{median}(V_{pl,R}) = 42.008 \cdot \text{MN}$$

Väriäitokerroin:

$$\frac{\text{stdev}(V_{pl,R})}{\text{mean}(V_{pl,R})} = 0.07$$

Maksimi:

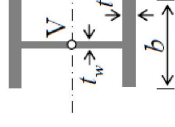
$$\max(V_{pl,R}) = 56.437 \cdot \text{MN}$$

### **B6.2 Stabiiliustarkastelu**

#### Kiepahduskestävyys

Määritetään tarvittavat poikkileikkaussuureet  $M_{cr,n}$  laskemista varten (brutto poikki leikkauksen perusteella).

#### I-profiili, samanlaiset laipat



$$I_x = \frac{1}{3} (2t_f^3 b + t_w^3 h)$$

$$I_y = \frac{th^2 b^3}{24}$$

Laippojen keskiöetäisyys:

$$h_{mid} := h - t_f \quad h_{mid} = 4920 \cdot \text{mm}$$

Jäykkysmomentti heikomman akselin suhteen:

$$I_z := 2 \cdot \frac{t_f^3 b^3}{12} + \frac{h_w \cdot t_w^3}{12} \quad I_z = 6.852 \times 10^9 \cdot \text{mm}^4$$

Vääntöjäykkysmomentti:

$$I_t := \frac{1}{3} (2 \cdot t_f^3 b^3 + t_w^3 h_{mid}) \quad I_t = 3.78 \times 10^8 \cdot \text{mm}^4$$

Käyrästäjäykkys:

$$I_{\omega} := \frac{t_f^2 h_{mid}^2 b^3}{24} \quad I_{\omega} = 4.131 \times 10^6 \cdot \text{mm}^6$$

Päiden vapausasteista riippuvat tekijät:

$$k := 1.0$$

$$k_{\omega} := 1.0$$

Segmenttien indeksit:

$$i := 1..4$$

Kiepahduspuutteet:

$$L_{cr,i} := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} (L_{seg,i})_n & \text{if } (L_{seg,i})_n > 0 \\ 0.1 \text{ m} & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} t$$

Momenttipinnan huomioiva vakio:

$$C_{1,i} := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ \frac{35 \cdot \left[ \text{MaxM}_{seg,i} \right]_n^2}{\left[ \left[ \text{MaxM}_{seg,i} \right]_n^2 + 9 \cdot \left[ M_{Tot,i,2} \right]_n^2 + 16 \cdot \left[ M_{Tot,i,3} \right]_n^2 + 9 \cdot \left[ M_{Tot,i,4} \right]_n^2 \right]} \end{cases} t_n$$

Kinmoteorian mukainen kriittinen momentti voidaan nyt laskea.

Kriittinen momentti:

$$Mcr_i := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} \frac{\pi^2 \cdot E_n \cdot I_z}{k \cdot [Lcr_i]_n^2} \cdot \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{[k \cdot [Lcr_i]_n]^2 \cdot G \cdot I_t}{\pi^2 \cdot E_n \cdot I_z} & \text{if } (C_{1_i})_n > 0 \\ \frac{k \cdot [Lcr_i]_n^2}{\pi^2 \cdot E_n \cdot I_z} & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad t$$

Muunnettu hoikkuus kiepahdukselle:

$$\lambda_{-LT_i} := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \sqrt{\frac{W_{y,eff} \cdot f_{y_n}}{Mcr_i}_n} \end{cases} \quad t$$

Epätarkkuustekijä (kiepahduksikäyrä d):

$$\alpha_{LT} := 0.76$$

$$\Phi_{LT_i} := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha_{LT} (\lambda_{-LT_i} - 0.2) + (\lambda_{-LT_i})^2 \right]$$

Pienennystekijä:

$$\chi_{LTO_i} := \frac{1}{\Phi_{LT_i} + \sqrt{(\Phi_{LT_i})^2 - (\lambda_{-LT_i})^2}}$$

$$\chi_{LT_i} := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} \chi_{LTO_i}_n & \text{if } (\chi_{LTO_i})_n \leq 1 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad t$$

Kiepahduskestävyys määritetään ensin kaikille segmenteille kaikilla tapauksilla n. Tosiasiassa segmenttejä 2-4 ei välttämättä esiinny kaikilla tapauksilla. Asetetaan tällöin kyseisen segmentin kiepahduskestävyys nolllaksi ja poistetaan nolllarivit lopullisesta kestävyysvektorista.

$$M_b, R0_i := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow \begin{cases} [\chi_{LT_i}]_n \cdot W_{y,eff} \cdot f_{y_n} & \text{if } [Lseg_i]_n > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad t$$

$$sum_1 := \sum_{n=1}^M \frac{(M_b, R0_i)_n}{(M_b, R0_i)_n} \quad sum = \begin{pmatrix} 100000 \\ 100000 \\ 99895 \\ 94156 \end{pmatrix}$$

Esiintymistapausten lukumäärä:

Seuraavaksi karsitaan nolllarivit ja muodostetaan lopulliset vektorit kiepahduskestävyydelle.

$$ind := 1$$

$$M_b, R_1 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_{ind} \leftarrow \frac{(M_b, R0_i)_n}{MN \cdot m} & \text{if } (M_b, R0_i)_n > 0 \\ ind \leftarrow (ind + 1) & \text{if } (M_b, R0_i)_n > 0 \end{cases} \quad t: MN \cdot m$$

$$length(M_b, R_1) = 100000$$

$$ind := 1$$

$$M_b, R_2 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_{ind} \leftarrow \frac{(M_b, R0_i)_n}{MN \cdot m} & \text{if } (M_b, R0_i)_n > 0 \\ ind \leftarrow (ind + 1) & \text{if } (M_b, R0_i)_n > 0 \end{cases} \quad t: MN \cdot m$$

$$length(M_b, R_2) = 100000$$

$$ind := 1$$

$$M_b, R_3 := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_{ind} \leftarrow \frac{(M_b, R0_i)_n}{MN \cdot m} & \text{if } (M_b, R0_i)_n > 0 \\ ind \leftarrow (ind + 1) & \text{if } (M_b, R0_i)_n > 0 \end{cases} \quad t: MN \cdot m$$

$$length(M_b, R_3) = 99895$$

$$ind := 1$$



$$M_{b,R_4} := \begin{array}{|l} \text{for } n \in 1..M \\ \hline t_{ind} \leftarrow \frac{(M_{b,R_4})_n}{MN \cdot m} \text{ if } (M_{b,R_4})_n > 0 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } (M_{b,R_4})_n > 0 \\ \hline t:MN \cdot m \end{array}$$

$$\text{length}(M_{b,R_4}) = 94156$$

Karsitaan nollarivit myös segmenttien maksimimomenteista. Nollarivi syntyy, kun segmenttiä ei ole eli sen pituus on nolla ja kaikki pisteet sijaitsevat palkin loppupäässä.

$$M_{Ed\_seg1} := \begin{array}{|l} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \hline t_{ind} \leftarrow \frac{(MaxM\_seg1)_n}{MN \cdot m} \text{ if } (MaxM\_seg1)_n > 0 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } (MaxM\_seg1)_n > 0 \\ \hline t:MN \cdot m \end{array}$$

$$\text{length}(M_{Ed\_seg1}) = 100000$$

$$M_{Ed\_seg2} := \begin{array}{|l} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \hline t_{ind} \leftarrow \frac{(MaxM\_seg2)_n}{MN \cdot m} \text{ if } (MaxM\_seg2)_n > 0 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } (MaxM\_seg2)_n > 0 \\ \hline t:MN \cdot m \end{array}$$

$$\text{length}(M_{Ed\_seg2}) = 100000$$

$$M_{Ed\_seg3} := \begin{array}{|l} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \hline t_{ind} \leftarrow \frac{(MaxM\_seg3)_n}{MN \cdot m} \text{ if } (MaxM\_seg3)_n > 0 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } (MaxM\_seg3)_n > 0 \\ \hline t:MN \cdot m \end{array}$$

$$\text{length}(M_{Ed\_seg5}) = 99895$$

$$M_{Ed\_seg4} := \begin{array}{|l} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \hline t_{ind} \leftarrow \frac{(MaxM\_seg4)_n}{MN \cdot m} \text{ if } (MaxM\_seg4)_n > 0 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } (MaxM\_seg4)_n > 0 \\ \hline t:MN \cdot m \end{array}$$

$$\text{length}(M_{Ed\_seg4}) = 94156$$

Sekä kesävyys- että rastiusektoreiden pituuksien tulee olla samat segmentteittäin nollarivien karsimisen jälkeen.

$$\text{length}(M_{b,R_i}) = \begin{array}{|l} 100000 \\ 100000 \\ 99895 \\ 94156 \end{array}$$

$$\text{length}(M_{Ed\_seg_i}) = \begin{array}{|l} 100000 \\ 100000 \\ 99895 \\ 94156 \end{array}$$

Käyttöasteet:

$$\text{Ratio}_{M_i} := \frac{M_{Ed\_seg_i}}{M_{b,R_i}}$$

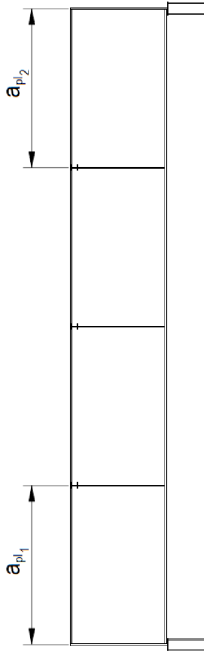
max(Ratio_{M_i}) =	1.303
	1.107
	1.17
	0.838

Käyttöasteet, kun nollarivit mukana:  
(tarvitaan vauriotapausten indeksien poiminnassa)

$$\text{Ratio0}_{M_i} := \frac{MaxM\_seg_i}{M_{b,R_0_i}}$$

max(Ratio0_{M_i}) =	1.303
	1.107
	1.17
	0.838

Leikkauslommahduskestävyys



Levykenttien indekset:

$$i_{II} := 1..2$$

Levykentän pituus:

$$a_{pl1,i} := a_1 \quad a_{pl2,i} := b_2$$

Leikkauslommahduskerroin:

$$k_{r,II} := \text{for } n \in 1..M \begin{cases} t_n \leftarrow \frac{5.34 + 4.00 \cdot \left[ \frac{h_w}{a_{pl1,i}} \right]_n^2}{5.34 + 4.00 \cdot \left[ \frac{a_{pl1,i}}{h_w} \right]_n} & \text{if } \frac{a_{pl1,i}}{h_w} \geq 1 \\ t_n \leftarrow \frac{4.00 + 5.34 \cdot \left[ \frac{h_w}{a_{pl1,i}} \right]_n^2}{4.00 + 5.34 \cdot \left[ \frac{a_{pl1,i}}{h_w} \right]_n} & \text{if } \frac{a_{pl1,i}}{h_w} < 1 \end{cases}$$

Muunnettu hoikkuusjäykistetylle uumalle:

$$\lambda_{-w,II} := \frac{h_w}{t_w \cdot 37.4 \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{r,II}}}$$

Pienennystekijä:

$$\chi_{w,II} := \frac{1.37}{0.7 + \lambda_{-w,II}}$$

Leikkauslommahduskestävyys:

$$V_{bw,Rd,II} := \left( \chi_{w,II} \cdot \frac{f_y \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{3}} \right)$$

Käyttöraasteet:

$$\text{Ratio } V_{II} := \left( \frac{V_{Ed,II}}{V_{bw,Rd,II}} \right)$$

max(Ratio_ V_II) =
0.501
0.514

**B7 Luotettavuus**

**B7.1 Histogrammit rasitukselle ja kestävyydelle**

$$\text{bin} := 60 \quad j := \begin{cases} \text{for } n \in 1..b \cdot \text{bin} \\ t_n \leftarrow n \\ t \end{cases}$$

Taivutusmomentti

$$\text{upper\_SM}_i := \text{ceil} \left( \max \left( \frac{M_{Ed,seg_i}}{MN \cdot m} \right) \right)$$

$$\text{lower\_SM}_i := \text{floor} \left( \min \left( \frac{M_{Ed,seg_i}}{MN \cdot m} \right) \right)$$

$$\text{hh\_SM}_i := \frac{\text{upper\_SM}_i - \text{lower\_SM}_i}{b \cdot \text{bin}}$$

$$\text{int\_SM}_i := \text{lower\_SM}_i + \text{hh\_SM}_i \cdot j$$

$$H\_SM_i := \text{hist} \left( \text{int\_SM}_i, \frac{M_{Ed,seg_i}}{MN \cdot m} \right)$$

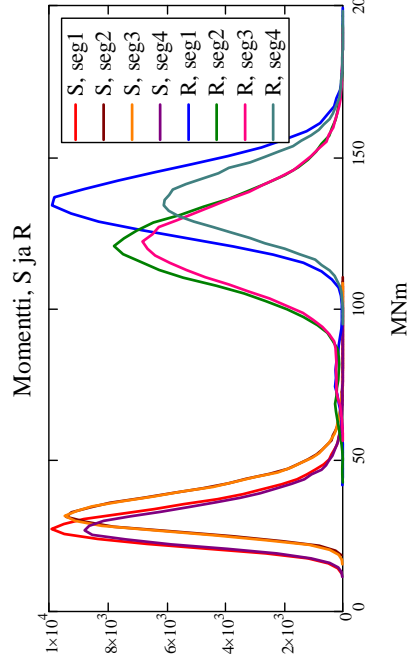
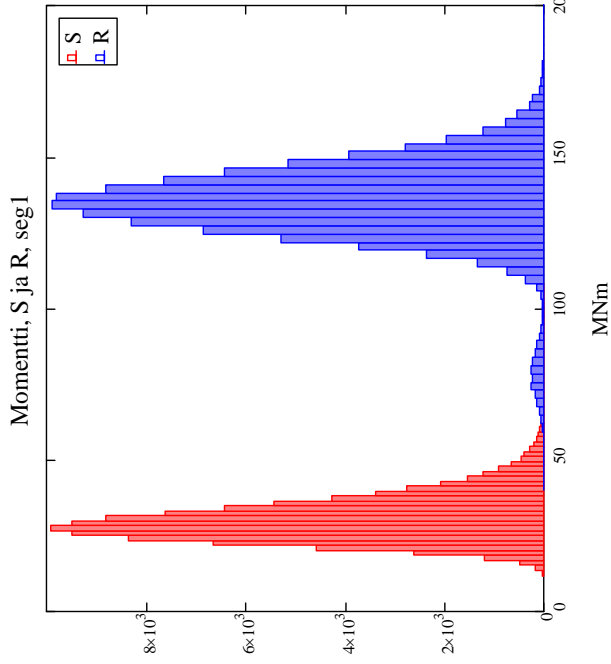
$$\text{upper\_RM}_i := \text{ceil} \left( \max \left( \frac{M_{b,R_i}}{MN \cdot m} \right) \right)$$

$$\text{lower\_RM}_i := \text{floor} \left( \min \left( \frac{M_{b,R_i}}{MN \cdot m} \right) \right)$$

$$\text{hh\_RM}_i := \frac{\text{upper\_RM}_i - \text{lower\_RM}_i}{b \cdot \text{bin}}$$

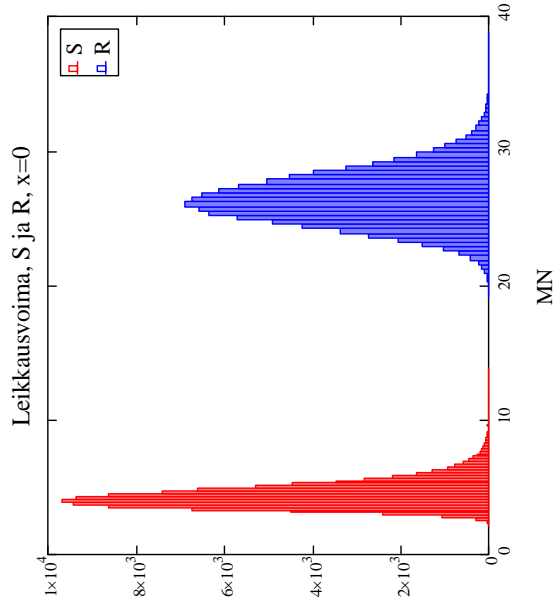
$$\text{int\_RM}_i := \text{lower\_RM}_i + \text{hh\_RM}_i \cdot j$$

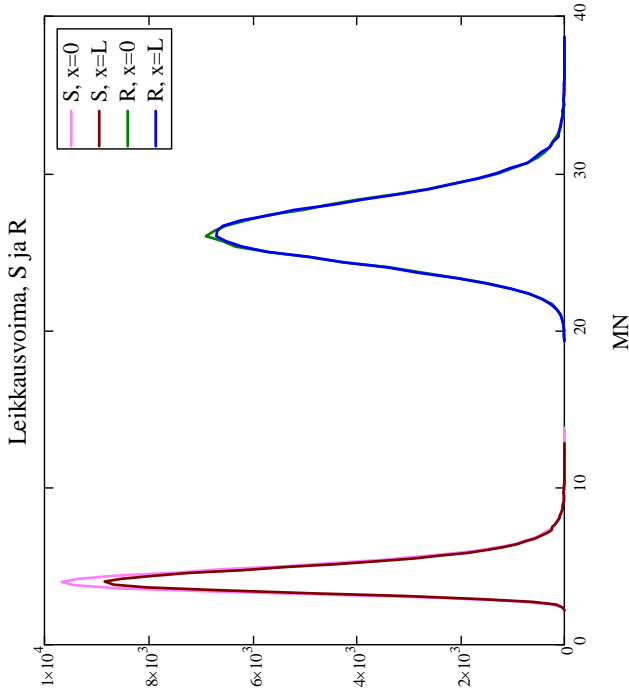
$$H\_RM_i := \text{hist} \left( \text{int\_RM}_i, \frac{M_{b,R_i}}{MN \cdot m} \right)$$



**Leikkausvoima**

$$\begin{aligned} \text{upper\_SV}_{il} &:= \text{ceil} \left( \max \left( \frac{V_{Ed_{il}}}{MN} \right) \right) \\ \text{lower\_SV}_{il} &:= \text{floor} \left( \min \left( \frac{V_{Ed_{il}}}{MN} \right) \right) \\ \text{hh\_SV}_{il} &:= \frac{\text{upper\_SV}_{il} - \text{lower\_SV}_{il}}{\text{bin}} \\ \text{int\_SV}_{il} &:= \text{lower\_SV}_{il} + \text{hh\_SV}_{il} \cdot j \\ \text{upper\_RV}_{il} &:= \text{ceil} \left( \max \left( \frac{V_{bw,Rd_{il}}}{MN} \right) \right) \\ \text{lower\_RV}_{il} &:= \text{floor} \left( \min \left( \frac{V_{bw,Rd_{il}}}{MN} \right) \right) \\ \text{hh\_RV}_{il} &:= \frac{\text{upper\_RV}_{il} - \text{lower\_RV}_{il}}{\text{bin}} \\ \text{int\_RV}_{il} &:= \text{lower\_RV}_{il} + \text{hh\_RV}_{il} \cdot j \\ \text{H\_SV}_{il} &:= \text{hist} \left( \text{int\_SV}_{il}, \frac{V_{Ed_{il}}}{MN} \right) \\ \text{H\_RV}_{il} &:= \text{hist} \left( \text{int\_RV}_{il}, \frac{V_{bw,Rd_{il}}}{MN} \right) \end{aligned}$$





Tarkistetaan käyttöasteet kieppahdukselle segmenteittäin:

$$\text{Failures} := \begin{cases} \text{for } i \in 1..4 \\ \text{for } n \in 1.. \text{length}(M_b, R_i) \\ \text{Failures}_n \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{if } \left( \frac{\text{Ratio}_0 M_i}{M_n} \right) \geq 1 \\ \text{Failures}_n & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \text{Failures}$$

Tarkistetaan leikkaus-  
lommahduksen käyttöasteet:

$$\text{Failures} := \begin{cases} \text{for } il \in 1..2 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \text{Failures}_n \leftarrow \begin{cases} 1 & \text{if } \left( \frac{\text{Ratio}_V il}{M_n} \right) \geq 1 \\ \text{Failures}_n & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \text{Failures}$$

Vaurioitumistapausten  
lukumäärä:

$$\sum \text{Failures} = 10$$

Koko palkin vaurioitumis-  
todennäköisyys:

$$P_f := \frac{\sum \text{Failures}}{M} \quad P_f = 0.0001$$

**B7.2 Luotettavuuden mittarit**

Vaurioitumistodennäköisyys

Luodaan 'Failures' -vektori, jonka alkio n saa arvon 1, jos yksikin käyttöaste ylittyy tapauksella n. Muussa tapauksessa kyseisen alktion arvo on 0.

Luodaan ensin oikeanpituisen nollavektori:

$$\text{Failures0} := \begin{cases} \text{for } n \in 1..M \\ t_n \leftarrow 0 \\ t \end{cases}$$

Failures := Failures0

Tämän jälkeen muutetaan 'Failures' -vektorin alktion n arvoksi 1 aina kun käyttöaste ylittyy.

Poimitaan vielä vaurioitumistapausten indeksit omaan vektoriinsa:

$$\text{Failure\_cases} := \begin{cases} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ t_{\text{ind}} \leftarrow n \text{ if } \text{Failures}_n = 1 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } \text{Failures}_n = 1 \\ t \end{cases}$$

	1
1	26463
2	27938
3	39705
4	50110
5	...

Failure\_cases =

Vaurioitumistapaukset voidaan myös erotella murtotavan mukaan, tässä kieppahdukseen ja lommahdukseen.

**Pelkät kiepahdukset:**

$$\text{Failures}_M := \text{Failures0}$$

$$\text{Failures}_M := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..4 \\ \text{for } n \in 1.. \text{length}(M_b, R_i) \\ \text{Failures}_M \leftarrow \left| \begin{array}{l} 1 \text{ if } \left( \text{Ratio0}_M \right)_n \geq 1 \\ \text{Failures}_M \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{Failures}_M \end{array} \right|$$

$$\sum \text{Failures}_M = 10$$

$$P_{f_M} := \frac{\sum \text{Failures}_M}{M} \quad P_{f_M} = 0.0001$$

Poimitaan vielä vaurioitumistapausten indeksit omaan vektoriansa:

$$\text{Failure\_cases}_M := \left| \begin{array}{l} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \left| \begin{array}{l} t_{\text{ind}} \leftarrow n \text{ if } \text{Failures}_M = 1 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } \text{Failures}_M \neq 1 \end{array} \right. \\ t \end{array} \right|$$

	1
1	26463
2	27938
3	39705
4	50110
5	...

$$\text{Failure\_cases}_M =$$

**Pelkät lommahdukset:**

$$\text{Failures}_V := \text{Failures0}$$

$$\text{Failures}_V := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \text{Failures}_V \leftarrow \left| \begin{array}{l} 1 \text{ if } \left( \text{Ratio}_V \right)_n \geq 1 \\ \text{Failures}_V \text{ otherwise} \end{array} \right. \\ \text{Failures}_V \end{array} \right|$$

$$\sum \text{Failures}_V = 0$$

$$P_{f_V} := \frac{\sum \text{Failures}_V}{M} \quad P_{f_V} = 0$$

Poimitaan vielä vaurioitumistapausten indeksit omaan vektoriansa:

$$\text{Failure\_cases}_V := \left| \begin{array}{l} \text{ind} := 1 \\ \text{for } n \in 1..M \\ \left| \begin{array}{l} t_{\text{ind}} \leftarrow n \text{ if } \text{Failures}_V = 1 \\ \text{ind} \leftarrow (\text{ind} + 1) \text{ if } \text{Failures}_V \neq 1 \end{array} \right. \\ t \end{array} \right|$$

$$\text{Failure\_cases}_V = 0$$

**Yhteenveto vauriotapauksista**

Muodostetaan taulukko vaurioitumistapauksista, joka sisältää tapausten indeksit, tukien laskentajäykkyydet sekä käyttöasteet kiepahdukselle ja lommahdukselle.

Otsikkorivi:

"Case"
"n_br"
"K1"
"K2"
"K3"
"Ratio M, seg1"
"Ratio M, seg2"
"Ratio M, seg3"
"Ratio M, seg4"
"Ratio V, x=0"
"Ratio V, x=L"

Labels :=

```

Fail_concl :=
for k ∈ 1..11
for n ∈ 1..length(Failure_cases) + 1
tk,n ← Labelsk if n = 1
otherwise
Failure_casesn-1 if k = 1
otherwise
pbr Failure_casesn-1 if k = 2
otherwise
K1 Failure_casesn-1 if k = 3
otherwise
K2 Failure_casesn-1 if k = 4
otherwise
K3 Failure_casesn-1 if k = 5
otherwise
(Ratio0_Mk-5) Failure_casesn-1 if 6 ≤ k ≤ 9
(Ratio_Vk-9) Failure_casesn-1 if 10 ≤ k ≤ 11
t
    
```

Fail\_concl =

	1	2	3	4
1	"Case"	26463	27938	39705
2	"n_br"	2	2	1
3	"K1"	0	1000	0
4	"K2"	1000	0	0
5	"K3"	1000	1000	1000
6	"Ratio M <sub>1</sub> seg1"	1.016	0.456	1.248
7	"Ratio M <sub>1</sub> seg2"	0.337	1.107	0.317
8	"Ratio M <sub>1</sub> seg3"	0.377	0.391	0
9	"Ratio M <sub>1</sub> seg4"	0	0	0
10	"Ratio V <sub>1</sub> x=0"	0.259	0.352	0.237
11	"Ratio V <sub>1</sub> x=L"	0.26	0.358	...

**Cornell indeksi β<sub>C</sub>**

FAIL\_CONCL.XLS

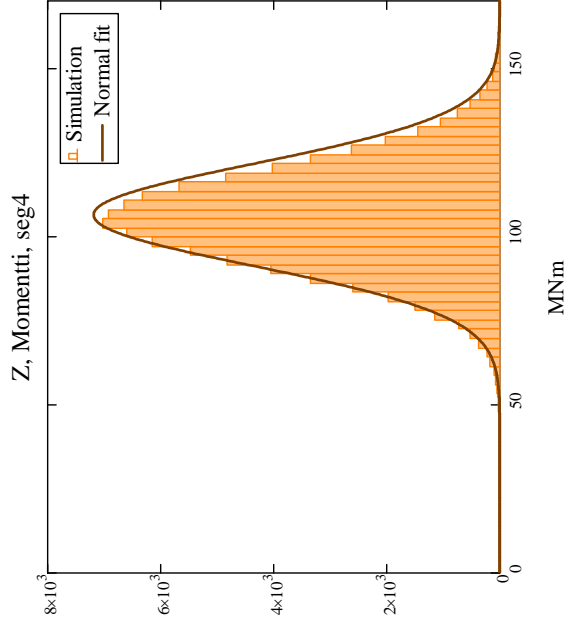
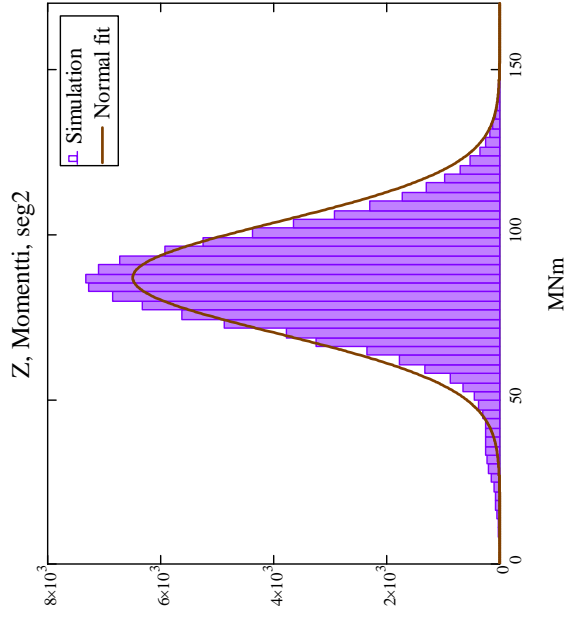
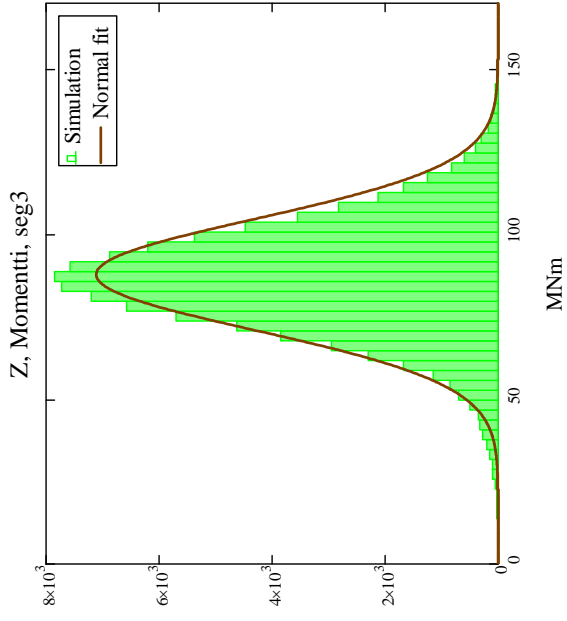
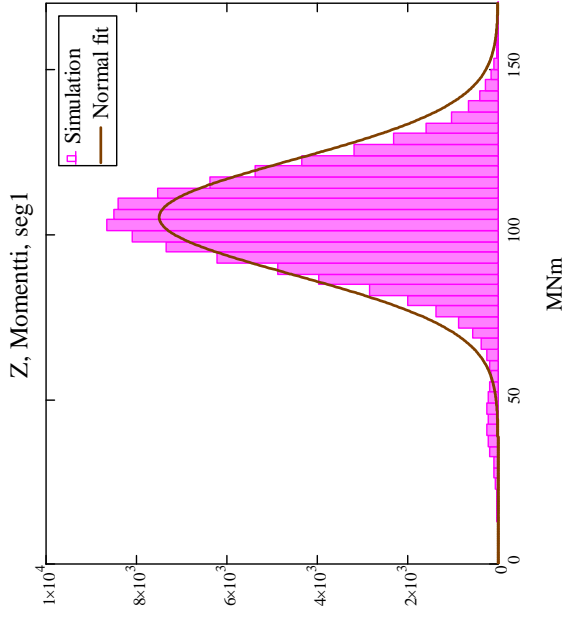
Määritetään varmuusmarginaalit Z taivutusmomentille ja leikkausvoimalle.

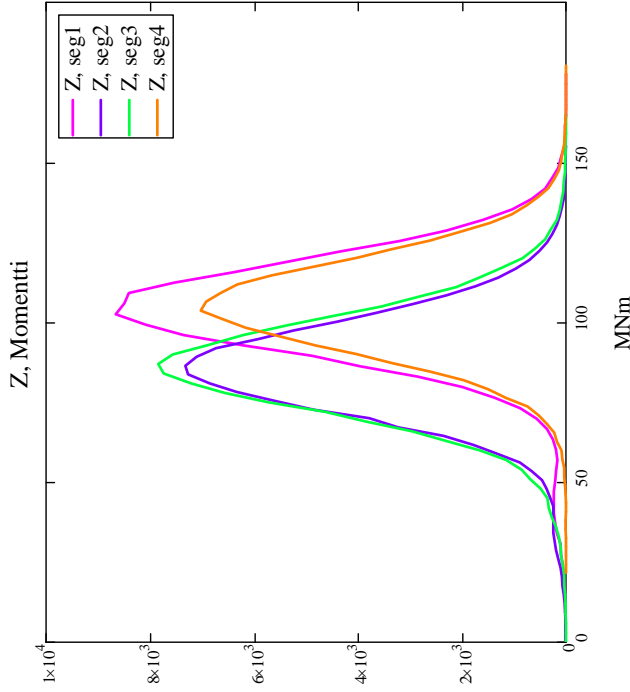
Fail\_concl<sup>T</sup>

Varmuusmarginaali Z:  
**Taivutusmomentti**

$$Z_{M_i} := M_{b,R_i} - M_{Ed,seg_i}$$

mean(Z <sub>M<sub>i</sub></sub> ) =	stddev(Z <sub>M<sub>i</sub></sub> ) =
105.154	17.382
86.84	16.892
87.76	16.828
106.45	15.171





Cornell indeksit:

$$\beta_{CM_1} := \frac{\text{mean}(Z_{M_1})}{\text{stdev}(Z_{M_1})}$$

$$\beta_{CM_1} =$$

6.05
5.141
5.215
7.017

$$\min(\beta_{CM}) = 5.141$$

Vaurioitumi & odennäkösyyys  
Cornell indeksin avulla:

$$P_{F\_M\beta c} := \text{pnorm}[-\min(\beta_{CM}), 0, 1]$$

$$P_{F\_M\beta c} = 1.367 \times 10^{-7}$$

Varmuusmarginaali Z:

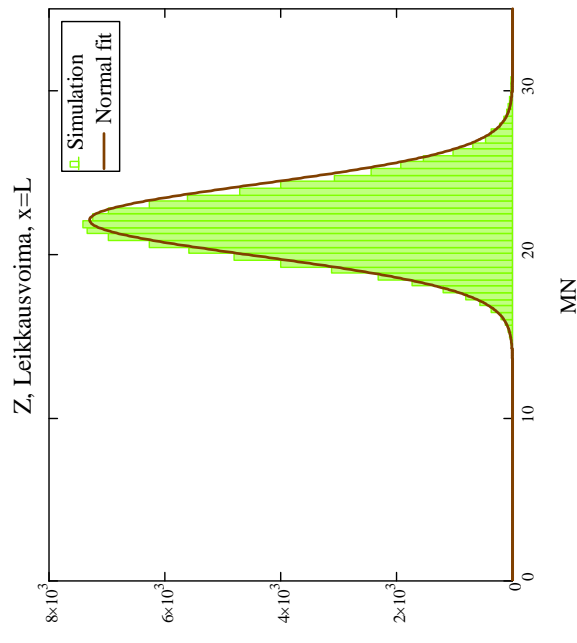
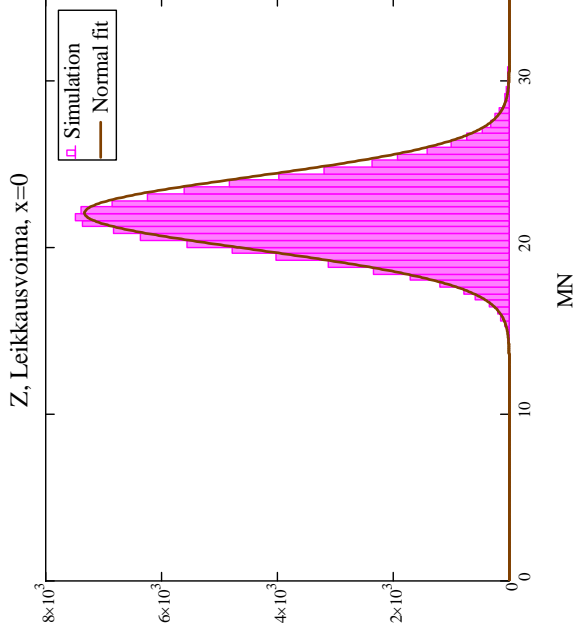
$$Z_{V_{II}} := V_{bw} \cdot R_{d_{II}} - V_{Ed_{II}}$$

$$\text{mean}(Z_{V_{II}}) =$$

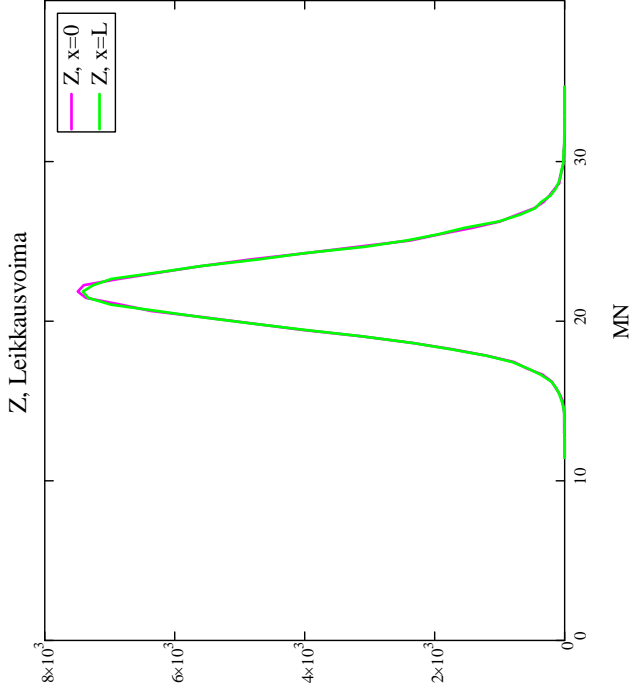
22.073
22.073

$$\text{stdev}(Z_{V_{II}}) =$$

2.176
2.185







Cornell indeksit:  
**Leikkausvoima**

$$\beta_{CV_{II}} := \frac{\text{mean}(Z_{V_{II}})}{\text{stdev}(Z_{V_{II}})}$$

10.146
10.104

$$\min(\beta_{CV}) = 10.104$$

Vauriitumi & odennäköisyys  
Cornell -indeksin avulla:

$$P_{f, V\beta_C} := \text{pnorm}[-(\min(\beta_{CV})), 0, 1]$$

$$P_{f, V\beta_C} = 2.64804080202489360 \times 10^{-24}$$

**Koko palkin Cornell indeksit:**

$$\beta_C := \min(\min(\beta_{CM}), \min(\beta_{CV})) \quad \beta_C = 5.141$$

Vauriitumi & odennäköisyys  
Cornell indeksin avulla:

$$P_{f, \beta_C} := \text{pnorm}(-\beta_C, 0, 1) = 1.367 \times 10^{-7}$$

**Hasofer-Lind indeksi  $\beta_{HL}$**

Määritetään histogrammipohjainen Hasofer-Lind indeksi muuntamalla perusmuuttujat standardivaruuteen vauriopaikissa.

Myyötiluus: 
$$u_{fy} := \left| \text{for } n \in 1..length(\text{Failure\_cases}) \right.$$

$$t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_f \left( \frac{f_y}{f_{\text{Failure\_cases}_n}} \right), 0, 1 \right)$$

1	1
2	0.131
3	-0.433
4	0.827
5	0.981
...	...

$u_{fy} =$

Kimmoerotin: 
$$u_E := \left| \text{for } n \in 1..length(\text{Failure\_cases}) \right.$$

$$t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( CE \left( \frac{E}{E_{\text{Failure\_cases}_n}} \right), 0, 1 \right)$$

1	1
2	-0.866
3	0.345
4	0.048
5	-1.291
...	...

$u_E =$

Tuki 1, sijainti:

$$u_{br1} := \left| \text{for } n \in 1..length(\text{Failure\_cases}) \right.$$

$$t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_{br1} \left( \frac{1}{br1_{\text{Failure\_cases}_n}} \right), 0, 1 \right)$$

1	1
2	0.331
3	-0.38
4	0.773
5	0.946
...	...

$u_{br1} =$

Tuki 2, sijainti:

$$u_{br2} := \left| \text{for } n \in 1..length(\text{Failure\_cases}) \right.$$

$$t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_{br2} \left( \frac{1}{br2_{\text{Failure\_cases}_n}} \right), 0, 1 \right)$$

1	1
2	3.816
3	0.358
4	0.395
5	0.222
...	...

$u_{br2} =$

Tuki 3, sijainti:

$$u_{br3} := \left| \text{for } n \in 1..length(\text{Failure\_cases}) \right.$$

$$t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_{br3} \left( \frac{1}{br3_{\text{Failure\_cases}_n}} \right), 0, 1 \right)$$

1	1
2	-0.165
3	1.362
4	0.604
...	...

$u_{br3} =$

Tuki 1, jäykkyys: 
$$u_{K1} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( \text{CK} \left( K1\_lbs, \text{Failure\_cases}_n \right), 0, 1 \right) \\ t \end{array} \right|$$

4	-0.938
5	...

1	1
2	-2.737
3	0.523
4	-2.065
5	-3.421
...	...

$u_{K1} =$

Tuki 2, jäykkyys: 
$$u_{K2} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( \text{CK} \left( K2\_lbs, \text{Failure\_cases}_n \right), 0, 1 \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	0.412
3	-2.366
4	-2.377
5	-2.473
...	...

$u_{K2} =$

Tuki 3, jäykkyys: 
$$u_{K3} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( \text{CK} \left( K3\_lbs, \text{Failure\_cases}_n \right), 0, 1 \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	-0.184
3	0.299
4	1.112
5	0.885
...	...

$u_{K3} =$

Omaa paino: 
$$u_{g0} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_{g0} \left( g_0 \left( \text{Failure\_cases}_n, MN \right), 0, 1 \right) \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	0.969
3	-0.921
4	-1.281
5	0.833
...	...

$u_{g0} =$

Muu pysyvä kuorma, 
$$u_{g1} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_{g1} \left( g_1 \left( \text{Failure\_cases}_n, MN \right), 0, 1 \right) \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	-0.237
3	0.431
4	-0.195
5	-0.015
...	...

$u_{g1} =$

Pysyvä kuorma, pistekuormat: 
$$u_{G1} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( CG_1 \left( G_1 \left( \text{Failure\_cases}_n, MN \right), 0, 1 \right) \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	0.419
3	0.337
4	-2.621
5	0.405
...	...

$u_{G1} =$

Hyötykuorma, tasan jakautunut: 
$$u_{q1} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( C_{q1} \left( q_1 \left( \text{Failure\_cases}_n, MN \right), 0, 1 \right) \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	0.233
3	1.405
4	-0.203
5	0.644
...	...

$u_{q1} =$

Hyötykuorma, pistekuormat: 
$$u_{Q1} := \left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \text{qnorm} \left( CQ_1 \left( Q_1 \left( \text{Failure\_cases}_n, MN \right), 0, 1 \right) \right) \\ t \end{array} \right|$$

1	1
2	2.384
3	3.088
4	2.584
5	2.424
...	...

$u_{Q1} =$

Vaurioitumi skapausten pisteet 13-uloitteisessa standardiavaruudessa:

$n := 1 \dots \text{length}(\text{Failure\_cases})$

$$u_n := \left( u_{fy_n}, u_E, u_{br1_n}, u_{br2_n}, u_{br3_n}, u_{K1_n}, u_{K2_n}, u_{K3_n}, u_{g0_n}, u_{g1_n}, u_{q1_n}, u_{Q1_n} \right)^T$$

Pisteiden etäisyydet origosta:

OP :=  $\left| \begin{array}{l} \text{for } n \in 1..length(\text{Failure\_cases}) \\ t_n \leftarrow \sqrt{u^T \cdot u_n} \\ t \end{array} \right|$

OP =

	1
1	5.484
2	4.588
3	5.313
4	5.495
5	...

**Hasofer-Lind indeksi:**

$\beta_{HL} := \min(OP)$

$\beta_{HL} = 4.217$

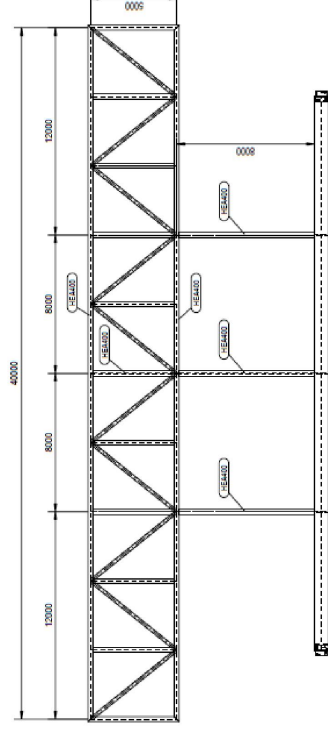
Vauriointimä odennäköisyys

Hasofer-Lind indeksin avulla:

$P_{F,\beta_{HL}} := \text{pnorm}(-\beta_{HL}, 0, 1) = 1.238 \times 10^{-5}$

## C1 Lähtötiedot

Palkki on tuettu sivusuunnassa kolmella yläraippana kiinnitetyllä kiepahdustuella. Tukipalkit kiinnittyvät edelleen jäykistävään tasoristikkkoon. Tässä laskelmassa tarkistetaan kiepahdustukien aksiaalinen kestävyys, ristikon taivutuskestävyys sekä määritetään tuen jäykkyys (jousivakio). Kaikkien kolmen tuen jäykkyys oletetaan yhtä suureksi. Jäykkyys määritetään keskituen taipuman avulla, kun muut tuet jätetään huomiotta.



### C1.1 Materiaaliominaisuudet

Teräs S355J2

Myönteellisyys:

$$f_y := 355 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Kimmokerroin:

$$E := 210 \text{GPa}$$

Epsilon:

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235 \text{MPa}}{f_y}} \quad \epsilon = 0.814$$

Osavarmuustulvat:

$$\gamma_{M0} := 1.0$$

$$\gamma_{M1} := 1.0$$

### C1.2 Tuetun palkin tiedot

Tuetun palkin jänneväli:

$$L := 32 \text{m}$$

Tukiväli:

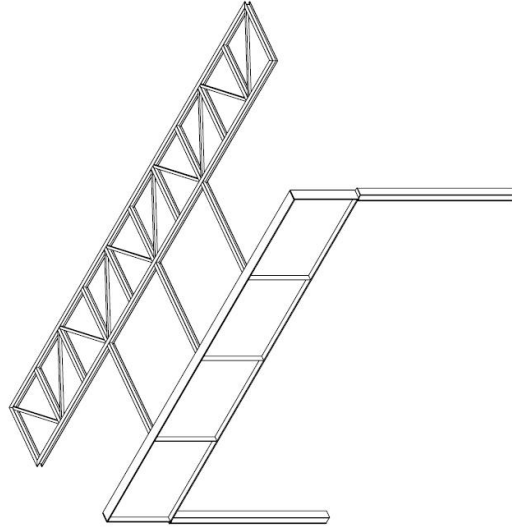
$$s := 8 \text{m}$$

Suurin momentti tuetussa palkissa:

$$M_{\text{max}} := 90 \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$H := 5000 \text{mm}$$

## LIITE C: Sivuttaistukien kestävyys ja jäykkyys



Laipan puristusvoima:

$$N_{\max} := \frac{M_{\max}}{H} \quad N_{\max} = 18 \cdot \text{MN}$$

Tuen kuormitus:  
= 2% laipan  
puristusvoimasta

$$P := 0.02 \cdot N_{\max} \quad P = 0.36 \cdot \text{MN}$$

## C2 Kestävyys

### C2.1 Jäykistysristikko

2x HEA400 c/c 5000mm

Ristikko oletetaan vapaasti tuetuksi tason suunnassa.

Paarteiden profiili:

Chord\_profile := "HEA400"

Paarteiden keskiöetäisyys:

c := 5000mm

Jänneväli:

$L_{\text{Truss}} := 40\text{m}$

Paarteen poikkipinta-ala:

$A_{\text{Chord}} := 15898\text{mm}^2$

Paarteen jäyhyyssmomentti:

$I_{\text{Chord,weak}} := 8564 \cdot 10^4 \text{mm}^4$

Ristikön jäyhyyssmomentti:

$$I_{\text{Truss}} := 2 \cdot \left[ I_{\text{Chord,weak}} + A_{\text{Chord}} \left( \frac{c}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_{\text{Truss}} = 0.199 \text{m}^4$$

Ristikön taivutusvastus:

$$W_{\text{Truss}} := \frac{I_{\text{Truss}}}{\frac{c}{2}} = 7.956 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

$$W_{\text{Truss}} = 7.956 \times 10^7 \cdot \text{mm}^3$$

Ristikön taivutuskestävyys:

$$M_{\text{Rd,Truss}} := \frac{f_y \cdot W_{\text{Truss}}}{\gamma_{\text{M0}}}$$

$$M_{\text{Rd,Truss}} = 28.243 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

Oletetaan kaikkien ristikköle tulevien kuormien olevan yhtä suuria P.

Jäykistysristikön momenttirästitus:

$$M_{\text{Ed}} := \frac{P \cdot L_{\text{Truss}}}{4} + 2P \cdot \frac{s}{4}$$

$$M_{\text{Ed}} = 7.92 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

3 (5)

Rasitus

Kestävyys

Käyttöaste

$$M_{\text{Ed}} = 7.92 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{Rd,Truss}} = 28.243 \cdot \text{MN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{M_{\text{Ed}}}{M_{\text{Rd,Truss}}} = 0.28$$

## C2.2 Tukipalkki

Profiili: Restraint\_profile := Chord\_profile = "HEA400"

Tukipalkin pituus:

$L_{\text{Brace}} := 8\text{m}$

Tukipalkin poikkipinta-ala:

$A_{\text{Brace}} := A_{\text{Chord}}$

$$A_{\text{Brace}} = 1.59 \times 10^4 \cdot \text{mm}^2$$

Poikkileikkauksen kestävyys:

$N_{\text{pl,Rd}} := A_{\text{Brace}} \cdot f_y$

$$N_{\text{pl,Rd}} = 5.644 \cdot \text{MN}$$

### Nurjahduskestävyys

Jäyhyyssäte:

$i_{\text{Brace,weak}} := 73.4\text{mm}$

Nurjahduspituus:

$L_{\text{cr}} := L_{\text{Brace}}$

$L_{\text{cr}} = 8\text{m}$

Hoikkaus:

$\lambda_1 := 93.9 \cdot \epsilon$

$\lambda_1 = 76.399$

Muunnettu hoikkaus:

$$\lambda_{\infty} := \frac{L_{\text{cr}}}{i_{\text{Brace,weak}} \cdot \lambda_1}$$

$\lambda_{\infty} = 1.427$

Epätarkkuustekijä:  
(nurjahduskäyrä b)

$\alpha := 0.34$

$$\Phi := 0.5 \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot (\lambda_{\infty} - 0.2) + \lambda_{\infty}^2 \right]$$

$\Phi = 1.726$

Pienennystekijä:

$$\chi := \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda_{\infty}^2}}$$

$\chi = 0.371$

Nurjahduskestävyys:

$$N_{\text{b,Rd}} := \frac{\chi \cdot N_{\text{pl,Rd}}}{\gamma_{\text{M1}}}$$

$$N_{\text{b,Rd}} = 2.092 \cdot \text{MN}$$

Rasitus

Kestävyys

Käyttöaste

$$P = 0.36 \cdot \text{MN}$$

$$N_{\text{b,Rd}} = 2.092 \cdot \text{MN}$$

$$\frac{P}{N_{\text{b,Rd}}} = 0.172$$

4 (5)

### C3 Jäykkyys

Kiepahdustuen aksiaalinen:  
muodonmuutos

$$d_{\text{axial}} := \frac{P \cdot l_{\text{Brace}}}{E \cdot A_{\text{Brace}}}$$

$$d_{\text{axial}} = 0.863 \cdot \text{mm}$$

Ristikön taipuma:

$$d_{\text{bend}} := \frac{P \cdot l_{\text{Truss}}^3}{48 \cdot E \cdot I_{\text{Truss}}}$$

$$d_{\text{bend}} = 11.492 \cdot \text{mm}$$

Kokonaismuodonmuutos:

$$d := d_{\text{bend}} + d_{\text{axial}}$$

$$d = 12.355 \cdot \text{mm}$$

Tuen jousivakio:

$$K := \frac{P}{d}$$

$$K = 29.139 \frac{\text{MN}}{\text{m}}$$