

Joni Heikkilä

Oikosulkumoottorin mallintaminen taajuusmuuttajakäytön simuloinnissa

Sähkötekniikan korkeakoulu

Diplomityö, joka on jätetty opinnäytteenä tarkastettavaksi
diplomi-insinöörin tutkintoa varten Espoossa 27.8.2012.

Työn valvoja:

Dos. Marko Hinkkanen

Työn ohjaaja:

DI Matti Laitinen

Tekijä: Joni Heikkilä		
Työn nimi: Oikosulkumoottorin mallintaminen taajuusmuuttajakäytön simuloinnissa		
Päivämäärä: 27.8.2012	Kieli: Suomi	Sivumäärä: 7+38
Sähkötekniikan laitos		
Professuuri: Sähkökäytöt		Koodi: S-81
Valvoja: Dos. Marko Hinkkanen		
Ohjaaja: DI Matti Laitinen		
<p>Tämän työn tavoitteena oli kehittää oikosulkumoottorin avaruusvektorimalli, jolla voidaan kuvata moottorin dynamiikka ja laskea moottorin häviöt riittävällä tarkkuudella taajuusmuuttajakäytössä. Kirjallisuudesta löydettyjen mallien pohjalta muodostettiin uudenvuotinen malli, jossa häviöiden kannalta oleellimmat ilmiöt on otettu huomioon. Magneetti-piirin kyllästys kuvataan mallissa epälineaarilla magneetointi-induktanssilla, joka on staattorivuo- n funktio. Perusaallon synnyttämät hystereesi- ja pyörrevirtahäviöt kuvataan epälineaarilla rautahäviöresistanssilla, joka on staattorivuo- ja staattorivuo- n indusoiman jännitteen funktio. Yliaallojen synnyttämät häviöt kuvataan roottoripuolelle muodostetulla sarjamuotoisella Fosterin kytkennällä. Mallin lisäksi työssä kehitettiin menetelmä, jolla mallin parametrit voidaan identifioida kokeellisesti tavalliselle teollisesti valmistetulle moottorille. Menetelmässä moottoria ajetaan taajuusmuuttajalla ilman kuormaa usealla syöttöjännitteellä ja -taajuudella sekä nimellisellä kuormalla usealla kytkentä- taajuudella. Kaikissa toimintapisteissä mitataan pyörimisnopeus sekä jännitteen ja virran käyrämuodot. Jännitteen ja virran perusaalto ja yliaallot saadaan käyrämuodoista FFT-algoritmin (Fast Fourier Transform) avulla. Lisäksi mitataan staattorikäänin resistanssi. Mallin parametrit sovitettiin onnistuneesti 7,5 kW:n moottorilla eri toimintapisteissä saatuihin mittaus- tuloksiin. Mallista muodostettiin tilaesitys ja mallin toimivuus testattiin simuloimalla. Tehtyjen simulointien perusteella mallia voitaisiin soveltaa taajuusmuuttajan vuoreferenssin ja kytkentätaajuuden optimoinnissa.</p>		
Avainsanat:	oikosulkumoottori, mallintaminen, kyllästys, rautahäviöt, virranahto	

Author: Joni Heikkilä		
Title: Induction motor modeling for simulation of variable speed drives		
Date: 27.8.2012	Language: Finnish	Number of pages: 7+38
Department of Electrical Engineering		
Professorship: Electric Drives	Code: S-81	
Supervisor: Adj.Prof. Marko Hinkkanen		
Instructor: M.Sc. (Tech.) Matti Laitinen		
<p>The goal of this thesis was to develop a space vector model of an induction motor that could be used to describe the dynamics and calculate the losses of the motor with adequate accuracy in variable speed drives. Based on models found in literature a novel model was developed in which the most essential phenomena affecting the motor losses are considered. The magnetic saturation is modeled by a nonlinear magnetizing inductance that is a function of stator flux. The hysteresis and eddy current losses at the fundamental frequency are modeled by a nonlinear core loss resistance that is a function of stator flux and the voltage induced by stator flux. The losses at higher frequencies are modeled by a series Foster circuit formulated at the rotor side. In addition to the model, a method was developed for identifying the model parameters for a standard industrially manufactured motor. In this method the motor is driven by a frequency converter with no load using several supply voltages and frequencies and with nominal load using several switching frequencies. The rotation speed and the waveforms of voltage and current are measured at each operating point. The voltage and current components at the fundamental frequency and at higher frequencies are extracted from the waveforms using the FFT (Fast Fourier Transform) algorithm. In addition, the resistance of stator winding is measured. The model parameters were successfully fitted to data measured at different operating points for a 7.5 kW motor. A state space representation of the model was developed and the functionality of the model was tested by simulations. Based on the simulations the model could be applied in the optimization of the flux reference and the switching frequency of the frequency converter.</p>		
Keywords:	induction motor, modeling, saturation, core losses, skin effect	

Esipuhe

Tämä diplomityö tehtiin ABB Oy Drivesin teknologiaosastolla Helsingissä.

Työn valvojana toimi dos. Marko Hinkkanen, jota haluan kiittää hyvistä lähdevinkeistä ja asiantuntevista neuvoista työn eri vaiheissa. Työn ohjaajana toimi DI Matti Laitinen, jota haluan kiittää hyvästä aiheesta ja ohjauksesta. Haluan myös kiittää kaikkia muita, joilta sain apua työtä tehdessäni.

Lisäksi haluan vielä kiittää perhettäni ja ystäviäni tuesta ja kannustuksesta.

Otaniemi, 27.8.2012

Joni Heikkilä

Sisältö

Tiivistelmä.....	ii
Abstract.....	iii
Esipuhe.....	iv
Sisältö.....	v
Symbolit.....	vi
1. Johdanto.....	1
2. Oikosulkumoottorin mallintaminen.....	3
2.1. Rakenne ja toiminta.....	3
2.2. Tehotasapaino.....	4
2.3. Avaruusvektorit.....	5
2.4. Sijaiskytkennät.....	6
2.5. Perusaaltomalli.....	9
2.6. Yliaaltomalli.....	11
2.7. Ehdotettu malli.....	13
3. Parametrien identifiointi.....	16
3.1. Pysyvän tilan malli.....	16
3.2. Mittausympäristö.....	17
3.3. Mittaukset ja sovitukset.....	18
3.3.1. Tyhjäkäyntimittaukset.....	18
3.3.2. Kuormitusmittaukset.....	22
3.4. Mittaustarkkuudesta.....	26
4. Simulointi tietokoneella.....	27
4.1. Tilaesitys.....	27
4.2. Diskretointi.....	28
4.3. Testisimuloinnit.....	30
5. Yhteenvedo ja jatkokehitys.....	32
Viitteet.....	34
Liite A: Identifioidut parametrit.....	37
Liite B: Roottorivirran ratkaiseminen.....	38

Symbolit

Lihavoidut symbolit ovat kompleksilukuja (avaruusvektoreita tai vastaavia huippuarvon osoittimia).

Latinalaiset

a	kyllästystä kuvaava vakio
b	kyllästystä kuvaava vakio
e_s	staattorivuon indusoima jännite
f	taajuus
f_k	kytkentätaajuus
i_c	rautahäviömallin virta
i_d, i_q	tilayhtälön virran reaali- ja imaginääriosia
i_M	magnetointivirta
i_r	T-sijaiskytkennän roottorivirta
i_R	roottorivirta
i_s	staattorivirta
i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}	syöttöjohdon vaihevirrat
i_v	mitatun virran hetkellisarvo
\hat{i}_v	mitatun virran huippuarvon osoitin
i_1, \dots, i_N	Fosterin kytkennän virrat
j	imaginääriyksikkö
k_e	pyörrevirtahäviöitä kuvaava vakio
k_f	mekaanisia häviöitä kuvaava vakio
k_h	hystereesihäviöitä kuvaava vakio
K_h	moottorin häviökerroin
L_c	rautahäviömallin induktanssi
L_L	hajainduktanssi
L_{LA}	hajainduktanssin epälineaarinen osa
L_{LB}	hajainduktanssin lineaarinen osa
L_{L1}, \dots, L_{LN}	Fosterin kytkennän induktanssit
L_m	T-sijaiskytkennän magnetointi-induktanssi
L_M	magnetointi-induktanssi
L_{Mu}	magnetointi-induktanssin kyllästymätön arvo
L_{rl}	roottorihajainduktanssi
L_{sl}	staattorihajainduktanssi
n_f	mekaanisia häviöitä kuvaava vakio
n_h	Steinmetzin vakio
p	napapariluku
P	mekaaninen teho
P_c	rautahäviöteho
P_f	mekaaninen häviöteho
P_{loss}	moottorissa syntyvä häviöteho
R	tilayhtälön resistanssi
R_A	pyörrevirtahäviöitä kuvaava resistanssi

R_B	virranahtoa kuvaava resistanssi
R_c	rautahäviöresistanssi
R_r	T-sijaiskytkennän roottoriresistanssi
R_R	roottoriresistanssi
R_s	staattoriresistanssi
R_1, \dots, R_N	Fosterin kytkennän resistanssit
T	moottorin tuottama vääntömomentti
T_f	mekaanisia häviötä vastaava vääntömomentti
u_d, u_q	tilayhtälön jännitteen reaali- ja imaginääriosat
\mathbf{u}_r	T-sijaiskytkennän roottorijännite
\mathbf{u}_R	roottorijännite
\mathbf{u}_s	staattorijännite
u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}	syöttöjohdon vaihejännitteet
u_v	mitatun jännitteen hetkellisarvo
\mathbf{u}_v	mitatun jännitteen huippuarvon osoitin
x	viittaa mittauspisteeseen
X	mittauspisteiden lukumäärä
Z_h	yliaaltoja vastaava impedanssi

Kreikkalaiset

ψ_c	rautahäviömallin vuo
ψ_d, ψ_q	tilayhtälön vuon reaali- ja imaginääriosat
ψ_L	hajavuo
ψ_r	T-sijaiskytkennän roottorivuo
ψ_R	roottorivuo
ψ_s	staattorivuo
ψ_1, \dots, ψ_N	Fosterin kytkennän vuot
γ	muunnoskerroin
Δt	aika-askel
η	moottorin hyötysuhde
ω	roottorin kulmanopeus
ω	tilayhtälön kulmanopeus
ω_h	yliaallon kulmataajuus
ω_m	roottorin sähkökulmanopeus
ω_r	jättämäkulmanopeus
ω_s	tahtikulmanopeus

1. Johdanto

Energian tuotannon ja kulutuksen ympäristövaikutukset ja energian kysynnän jatkuva kasvaminen asettavat suuria haasteita maailman energiataloudelle lähitulevaisuudessa. Energian käytön tehostaminen on keskeisessä asemassa näiden haasteiden voittamisessa. Energiatehokkaamman tekniikan kehittäminen ja laajamittainen käyttöönotto mahdollistavat merkittävän energiansäästön. Energiatehokkuuteen kiinnitetään entistä enemmän huomiota myös sähkökäytöissä eli prosesseissa, joissa sähkömoottorilla ohjataan mekaanista kuormaa. (VTT 2009)

Nykyaikainen sähkökäyttö muodostuu tavallisimmin oikosulkumoottorista, taajuusmuuttajasta sekä mahdollisista suodattimista. Oikosulkumoottorit ovat rakenteeltaan yksinkertaisia ja siten halpoja valmistaa ja käytössä luotettavia. Taajuusmuuttaja mahdollistaa moottorin pyörimisnopeuden ja vääntömomentin tarkoituksenmukaisen ohjauksen ja parantaa usein prosessin tuottavuutta ratkaisevasti. Suodattimia käytetään tarvittaessa vaimentamaan moottorille tai syöttöverkkoon taajuusmuuttajasta aiheutuvia yliaaltoja. Sähkökäytön hyötysuhde määräytyy eri osissa syntyvien häviöiden mukaan. Sähkökäytön suunnitteluvaiheessa tarvitaan tarkat mallit eri osista, jotta voidaan arvioida hyötysuhde eri toimintapisteissä.

Taajuusmuuttajakäytössä moottoria voidaan ajaa nimellisarvoa pienemmillä tai suuremmilla pyörimisnopeuden ja magneettivuon arvoilla. Tällöin myös moottorin käämeissä ja rautaosissa syntyvät häviöt, hankauksesta ja tuuleuksesta syntyvät mekaaniset häviöt ja näin ollen moottorin hyötysuhde poikkeavat nimellisarvoistaan. Lisäksi taajuusmuuttajakäytössä moottorin syöttöjännite ja -virta sisältävät perusaallon lisäksi yliaaltoja, jotka aiheuttavat ylimääräisiä häviöitä käämeissä ja rautaosissa. (Melfi 2011)

Oikosulkumoottorin mallintamisessa käytetään yleisesti hyväksi Kovácsin ja Ráczin kehittämää avaruusvektorteoriaa (Kovács 1984). Tavallisesti moottorin dynamiikka kuvataan lineaarisella avaruusvektorimallilla, joka muodostuu vakioarvoisista induktansseista ja resistansseista. Lineaarilla mallilla voidaan laskea riittävällä tarkkuudella moottorin häviöt verkkokäytössä yhdessä toimintapisteessä (tyypillisesti nimellispisteessä). Lineaarinen malli ei näin ollen anna realistista kuvaa moottorin häviöistä taajuusmuuttajakäytössä.

Oikosulkumoottorin häviöiden laskemista on käsitelty laajasti kirjallisuudessa. Aarniovuori ym. (2009) onnistuivat laskemaan hyvällä tarkkuudella taajuusmuuttajalla syötetyn moottorin häviöt käyttäen elementtimenetelmää. Tällainen laskenta kuitenkin vaatii paljon aikaa ja edellyttää, että moottorin geometria ja materiaalien ominaisuudet tunnetaan tarkasti. Sousa ym. (1992) kehittivät epälineaarisen avaruusvektorimallin, jossa moottorin eri osissa syntyvät häviöt on otettu huomioon. Tällaisen mallin parametrien identifiointi kokeellisesti on kuitenkin käytännössä mahdotonta, sillä eri osissa syntyviä häviöitä ei

tavallisesti voida mitata. Yleensä osa parametreista joudutaankin arvioimaan esimerkiksi tilastollisen päättelyn perusteella. Laldin ym. (2011) käyttivät elementtimenetelmällä tyhjäkäynnissä eri syöttöjännitteillä ja -taajuuksilla laskettuja moottorin eri osissa syntyviä häviöitä epälineaarisen mallin parametrien identifiointiin. Identifioidulla mallilla lasketut tyhjäkäyntihäviöt vastasivat hyvin elementtimallia vastaavan todellisen moottorin mitattuja tyhjäkäyntihäviöitä.

Tämän työn tavoitteena on kehittää oikosulkumoottorin avaruusvektorimalli, jolla voidaan kuvata moottorin dynamiikka ja laskea moottorin häviöt riittävällä tarkkuudella taajuusmuuttajakäytössä. Mallissa tulee huomioida moottorin hyötysuhteen kannalta oleellisia ilmiötä siinä määrin, että mallia voitaisiin soveltaa taajuusmuuttajan vuoreferenssin ja kytkentätaajuuden optimoinnissa. Mallin lisäksi tulee kehittää menetelmä, jolla mallin parametrit voidaan identifioida kokeellisesti tavalliselle teollisesti valmistetulle moottorille käytettävissä olevalla mittalaitteistolla. Mallin parametrit tulee voida sovittaa kohtuullisella työmäärällä tavanomaisiin staattoripuolelta eri toimintapisteissä tehtyihin mittauksiin.

Luvun 2 alussa käsitellään lyhyesti moottorin rakennetta ja toimintaa sekä esitellään moottorin mallinnuksessa käytettävät avaruusvektorit ja tavanomaiset sijaiskytkennät. Tämän jälkeen käydään läpi moottorin erityispiirteitä ja kirjallisuudesta löydettyjä kehittyneempiä malleja. Luvun lopussa esitellään kirjallisuuden pohjalta kehitetty uudenlainen malli. Luvun 3 alussa esitellään mallin parametrien identifiointiin käytettävät pysyvän tilan osoitinmallit ja mittaussympäristö. Tämän jälkeen käydään läpi identifiointiin tarvittavat mittaukset ja parametrien sovittaminen 7,5 kW:n moottorilla saatuihin mittaus-tuloksiin. Luvun lopussa tutkitaan parametrien riippuvuutta kuormituksesta ja pohditaan mittaustarkkuuden vaikutusta parametrien identifiointiin. Luvun 4 alussa esitellään mallista muodostettava tilaesitys ja käsitellään tilaesityksen diskreetointia. Luvun lopussa esitellään mallilla tehdyt simuloinnit. Luvussa 5 kerrataan lyhyesti työn sisältö ja pohditaan työn tuloksia ja mahdollisia jatkokehityskohtia.

2. Oikosulkumoottorin mallintaminen

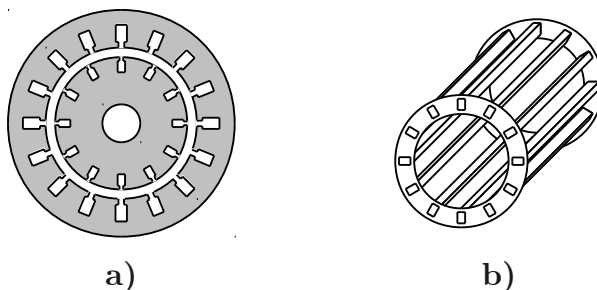
2.1. Rakenne ja toiminta

Oikosulkumoottorin oleelliset osat ovat paikallaan pysyvä staattori ja staattorin sisällä pyörivä roottori, jotka yhdessä staattorin ja roottorin välisen ilmvälän kanssa muodostavat moottorin magneettiipiirin. Magneettiipiiri on hahmoteltu kuvassa 1a. Staattori ja roottori valmistetaan tavallisesti laminoidusta raudasta, koska sillä on hyvät magneettiset ominaisuudet. Staattorin urissa on yleensä pienitehoisissa moottoreissa pyörölangasta ja suuritehoisissa moottoreissa muotojohtimesta rakennettu symmetrinen kolmivaihekäämi. Roottorin urissa on tavallisesti häkkikäämi, joka muodostuu oikosulkurenkalla päistään toisiinsa yhdistetyistä sauvoista. Häkkikäämi on hahmoteltu kuvassa 1b. Käämit valmistetaan yleensä kuparista tai alumiinista, koska niillä on hyvä sähkönjohtavuus. (Luomi ym. 2009)

Kun staattorikäämiin syötetään symmetrinen kolmivaihejännite, muodostuu ilmväliä kiertävä magneettivuoto. Magneettivuoto leikkaa roottorin sauvoja, joihin muodostuu Faradayn induktiolain mukainen jännite. Sauvoihin syntyy Lenzin lain mukaisesti magneettivuodon muutosta vastustava sähkövirta. Magneettivuoto aiheuttaa virrallisiin sauvoihin Lorenzin voiman mukaisen vääntömomentin, joka saa roottorin pyörimään kulmanopeudella

$$\omega = \frac{\omega_m}{p} = \frac{\omega_s - \omega_r}{p} \quad (1)$$

missä ω_m on roottorin sähkökulmanopeus, p on moottorin napapariluku, ω_s on staattorivirran kulmataajuus eli tahtikulmanopeus ja ω_r on roottorivirran kulmataajuus eli jättämäkulmanopeus. Tyhjäkäynnissä jättämänopeus on likimain nolla ja roottorin nopeus on likimain suoraan verrannollinen tahtinopeuteen. Kuormituksen kasvaessa jättämänopeus kasvaa ja roottorin nopeus laskee jonkin verran. Tästä syystä oikosulkumoottoria kutsutaan yleisesti myös epätahtimoottoriksi. (Luomi ym. 2009)



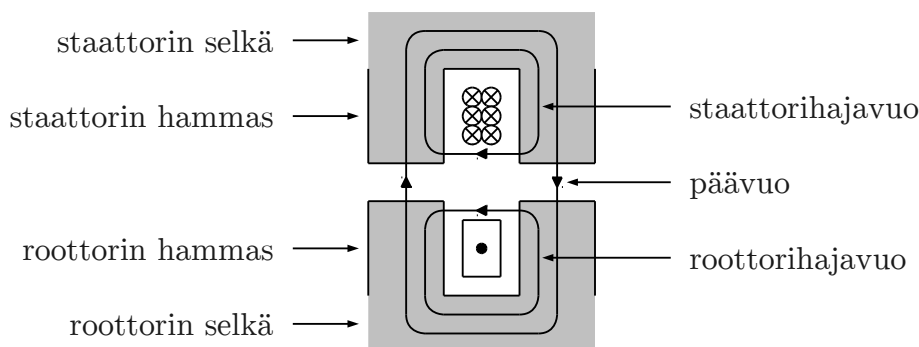
Kuva 1: Oikosulkumoottorin a) magneettiipiiri b) häkkikäämi.

Ilmavälin läpäisevän magneettivuon eli päävuon lisäksi staattoriin ja roottoriin muodostuu hajavuota. Hajavuo ei synnytä vääntömomenttia, mutta kasvattaa vääntömomentin tuottamiseen tarvittavan virran amplitudia. Magneettivoiden periaatteellinen kulku on hahmoteltu kuvassa 2.

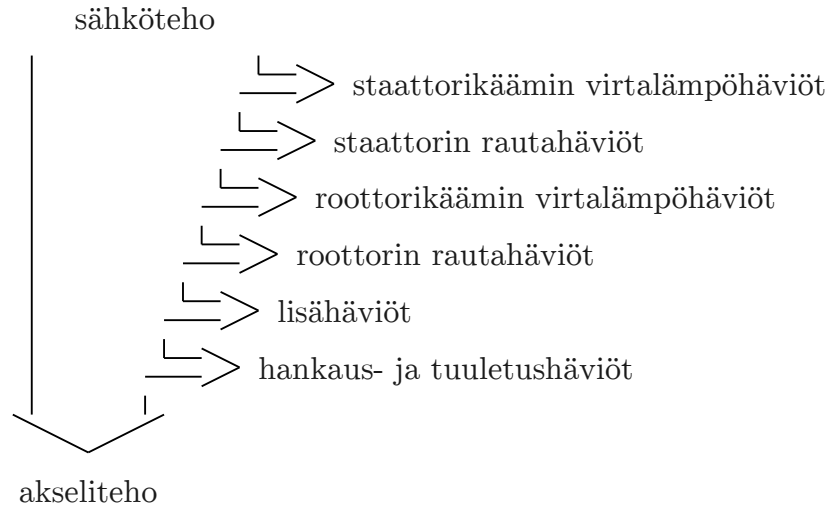
2.2. Tehotasapaino

Oikosulkumoottorin eri osissa syntyy häviöitä, jotka lämmittävät moottoria ja heikentävät moottorin hyötysuhdetta. Moottorin tehotasapaino on havainnollistettu kuvassa 3. Staattori- ja roottorikäänissä syntyy virran vaikutuksesta virtalämpöhäviöitä. Virtalämpöhäviöt kasvavat käänin lämpötilan ja virran amplitudin kasvaessa sekä virranahdon seurauksena myös virran taajuuden kasvaessa. Staattorissa ja roottorissa syntyy muuttuvan magneettivuon vaikutuksesta häviöitä, joita kutsutaan rautahäviöiksi. Rautahäviöt kasvavat magneettivuon amplitudin ja taajuuden kasvaessa. Moottorissa syntyy myös mekaanisia muun muassa kitkasta ja ilmanvastuksesta aiheutuvia hankaus- ja tuuletushäviöitä. Mekaaniset häviöt kasvavat roottorin nopeuden kasvaessa. Lisäksi moottorissa syntyy niin sanottuja lisähäviöitä, joiden syntymekanismit ei voida määrittellä yksiselitteistä syytä. Lisähäviöihin voidaan laskea kaikki häviöt, jotka eivät kokonaisuudessaan sisälly muihin häviöluokkiin. Tämän seurauksena lisähäviöiden mittaaminen ja mallintaminen on vaikeaa ja niiden osuus saatetaan virheellisesti sisällyttää muihin häviöluokkiin. Lisähäviöiden on kuitenkin yleisesti todettu kasvavan kuormituksen kasvaessa. (Melfi 2011)

Oikosulkumoottorien pyörimisnopeuden ja vääntömomentin ohjauksessa käytetään teollisuudessa tavallisimmin jännitevälipiirillistä taajuusmuuttajaa. Taajuusmuuttajan vaihtosuuntaaja muodostaa moottorin syöttöjännitteen kytkemällä lyhytaikaisia jännitepulsseja moottorin syöttöliittimien välille. Moottorin syöttövirtaan muodostuu tällöin perusaallon lisäksi yliaaltoja. Yliaaltojen tuottamat vääntömomentit kumoavat toisensa lähes täydellisesti ja moottorin tuottama vääntömomentti määräytyy lähes yksinomaan perusaallon mukaan. Yliaaltojen synnyttämät häviöt kuitenkin summautuvat yhteen, mikä heikentää moottorin hyötysuhdetta. (Honsinger 1980)



Kuva 2: Magneettivoiden periaatteellinen kulku. (Novotny ym. 1990)



Kuva 3: Oikosulkumoottorin tehotasapaino.

2.3. Avaruusvektorit

Avaruusvektorit ovat kompleksilukuja, joilla voidaan mallintaa monivaihejärjestelmän kaikkien vaiheiden suureita samanaikaisesti. Mahdollisia nollakomponentteja ei avaruusvektoreilla kuitenkaan voida mallintaa, mutta ne voidaan tarvittaessa ottaa erikseen huomioon. Oikosulkumoottorin staattorin kolmivaihekäämi ja roottorin häkkikäämi voidaan mallintaa avaruusvektoreilla samanaikaisesti yksinkertaisella sijaiskytkennällä.

Staattorikäämi kytketään tavallisesti joko kolmioon tai tähteen tähtipisteen ollessa kelluva. Tällöin staattorijännitteen avaruusvektori voidaan muodostaa suoraan syöttöjohdon vaihejännitteistä

$$\mathbf{u}_s = \frac{2}{3} (u_{sa} + u_{sb} e^{j\frac{2\pi}{3}} + u_{sc} e^{j\frac{4\pi}{3}}) \quad (2)$$

Symmetrisen kolmivaihejännitteen tapauksessa avaruusvektorin itseisarvo vastaa vaihejännitteen huippuarvoa ja se pyörii kompleksitasossa vaihejännitteen kulmataajuudella. Samoin syöttöjohdon vaihevirratt saadaan suoraan staattorivirran avaruusvektorista

$$i_{sa} = \text{Re}\{\mathbf{i}_s\} \quad (3)$$

$$i_{sb} = \text{Re}\{\mathbf{i}_s e^{j\frac{4\pi}{3}}\} \quad (4)$$

$$i_{sc} = \text{Re}\{\mathbf{i}_s e^{j\frac{2\pi}{3}}\} \quad (5)$$

2.4. Sijaiskytkennät

Staattori- ja roottorijännitteelle voidaan kirjoittaa staattorikäämiin kiinnitetystä staattorikoordinaatistossa yhtälöt

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} \quad (6)$$

$$\mathbf{u}_r = R_r \mathbf{i}_r + \frac{d\boldsymbol{\psi}_r}{dt} - j\omega_m \boldsymbol{\psi}_r = 0 \quad (7)$$

missä \mathbf{i}_s ja \mathbf{i}_r ovat staattori- ja roottorivirta, $\boldsymbol{\psi}_s$ ja $\boldsymbol{\psi}_r$ ovat staattori- ja roottorivuo ja R_s ja R_r ovat staattori- ja roottoriresistanssi. Roottorikäämin suuret esitetään tässä redusoituna staattorikäämiin, jolloin käämien välistä muuntosuhdetta ei tarvitse ottaa huomioon. Roottorijännite on nolla, koska roottorikäämi on oikosuljettu. Liikejännite $j\omega_m \boldsymbol{\psi}_r$ muodostuu roottorikäämin pyörimisestä staattorikäämiin nähden.

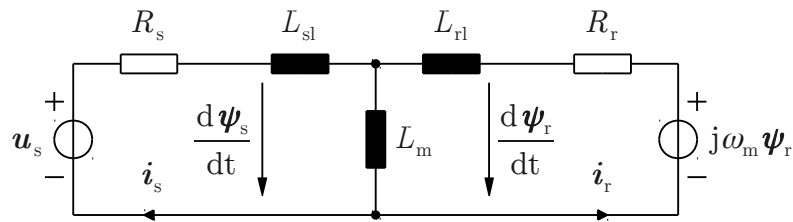
Staattori- ja roottorivuolle voidaan kirjoittaa yhtälöt

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_{sl} \mathbf{i}_s + L_m (\mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r) \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\psi}_r = L_{rl} \mathbf{i}_r + L_m (\mathbf{i}_s + \mathbf{i}_r) \quad (9)$$

missä L_{sl} ja L_{rl} ovat staattori- ja roottorihajainduktanssi ja L_m on magnetointi-induktanssi. Yhtälöitä (6) – (9) vastaava dynaaminen T-sijaiskytkentä on esitetty kuvassa 4.

T-sijaiskytkentä on havainnollinen, koska siinä kaikilla suureilla on fysikaalinen merkitys, mutta se on käytännössä tarpeettoman monimutkainen moottorin dynamiikan kuvaamiseen. Lisäksi on käytännössä mahdotonta tavanomaisten staattoripuolelta tehtyjen mittausten perusteella erottaa toisistaan staattorihajainduktanssi ja magnetointi-induktanssi sekä staattorihajainduktanssi ja roottorihajainduktanssi. Ongelma ratkaistaan usein virheellisesti olettamalla hajainduktanssien olevan yhtä suuret. (Slemon 1989)



Kuva 4: Oikosulkumoottorin dynaaminen T-sijaiskytkentä.

Staattori- ja roottorikämmille voidaan kirjoittaa matemaattisesti yhtäpitävät yksinkertaisemmat jännite- ja vuoyhtälöt

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + \frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} \quad (10)$$

$$\mathbf{u}_R = R_R \mathbf{i}_R + \frac{d\boldsymbol{\psi}_R}{dt} - j\omega_m \boldsymbol{\psi}_R = 0 \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\psi}_s = L_M (\mathbf{i}_s + \mathbf{i}_R) \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\psi}_R = L_L \mathbf{i}_R + L_M (\mathbf{i}_s + \mathbf{i}_R) \quad (13)$$

missä on otettu käyttöön muunnetut roottorijännite \mathbf{u}_R , roottorivirta \mathbf{i}_R , roottorivuo $\boldsymbol{\psi}_R$, roottoriresistanssi R_R , hajainduktanssi L_L ja magnetointi-induktanssi L_M . Yhtälöitä (10) – (13) vastaava dynaaminen Γ -sijaiskytkentä on esitetty kuvassa 5.

Γ -sijaiskytkennän muunnetut magnetointi-induktanssi, roottoriresistanssi ja hajainduktanssi voidaan tarvittaessa laskea tunnetuista T-sijaiskytkennän suureista muunnoskertoimella

$$\gamma = \frac{L_{sl} + L_m}{L_m} \quad (14)$$

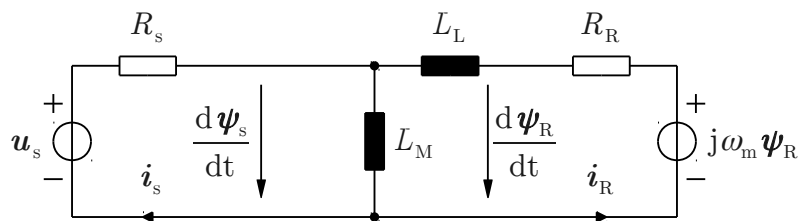
skaalaamalla

$$L_M = \gamma L_m \quad (15)$$

$$L_L = \gamma L_{sl} + \gamma^2 L_{rl} \quad (16)$$

$$R_R = \gamma^2 R_r \quad (17)$$

Γ -sijaiskytkennän magnetointi-induktanssi voidaan määrittää tavanomaisella tyhjäkäyntimittauksella, jossa moottoria syötetään nimellisellä jännitteellä



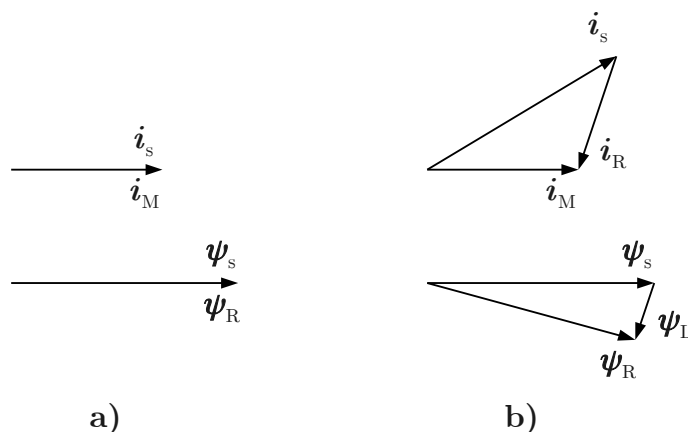
Kuva 5: Oikosulkumoottorin dynaaminen Γ -sijaiskytkentä.

roottorin pyöriessä vapaasti ilman kuormaa. Hajainduktanssi puolestaan voidaan määrittää oikosulkumittauksella, jossa roottori lukitaan paikalleen ja moottoria syötetään nimellisellä virralla. (Slemon 1989)

Γ -sijaiskytkennän virtoja ja voita voidaan havainnollistaa kuvan 6 mukaisilla pysyvän tilan vektoridiagrammeilla. Kuvassa on otettu käyttöön uudet suureet magnetointivirta $i_M = \psi_s / L_M$ ja hajavuo $\psi_L = L_L i_R$. Kuvassa on oletettu, että moottoria syöttävä taajuusmuuttaja pitää staattorivuon nimellisenä kuorman kasvaessa eli syöttöjännitettä kasvattamalla kompensoi staattoriresistanssin aiheuttaman jännitehäviön.

Tyhjäkäyntiä vastaava vektoridiagrammi on esitetty kuvassa 6a. Tyhjäkäynnissä roottori pyörii likimain tahtinopeudella eikä roottorikäämiin muodostu merkittävää virtaa. Staattori- ja roottorivuo ovat tällöin likimain samat ja staattorivirtaa muodostuu ainoastaan staattorivuon synnyttämiseen tarvittavasta magnetointivirrasta i_M . Todellisuudessa osa staattorivuosta on magnetointivirran synnyttämää staattorihajavuota, joka ei tunkeudu roottoriin. Tyhjäkäynnissä nämä vuot ovat kuitenkin saman suuntaisia, joten oikein redusoitu roottorivuo kuvaa todellista roottoriin tunkeutuvaa vuota.

Nimellispistettä vastaava vektoridiagrammi on esitetty kuvassa 6b. Nimellis-
pisteessä roottorin nopeus on laskenut tahtinopeudesta ja roottorikäämiin muodostuvan virran ja vuon vuorovaikutuksesta aiheutuu vääntömomentti. Staattori- ja roottorivuo eivät ole enää samat ja staattorivirtaa muodostuu nyt magnetointivirran lisäksi vääntömomentin tuottamiseen tarvittavasta roottorivirrasta. Todellisuudessa roottorivirta synnyttää sekä staattorihajavuota, joka ei tunkeudu roottoriin, että roottorihajavuota, joka pyrkii kumoamaan vuon roottorissa. Näiden voiden yhteisvaikutusta kuvaa hajavuo ψ_L . Huomattavaa on, että hajavuo ei kuvaa magnetointivirran synnyttämää staattorihajavuota, joka on likimain sama kuin tyhjäkäynnissä.



Kuva 6: Γ -sijaiskytkennän virtojen ja voiden vektoridiagrammi pysyvässä tilassa a) tyhjäkäynnissä b) nimellis-
pisteessä.

2.5. Perusaaltomalli

Oikosulkumoottori suunnitellaan kustannustehokkuussyistä tavallisesti siten, että moottorin magneettiipiiri kyllästyy voimakkaasti normaalikäytössäkin. Kyllästyneen magneettiipiirin magneettivuo ei muutu enää lineaarisesti virran funktiona, mikä näkyy induktanssin arvon muuttumisena. Staattorin selkä ja hampaat kyllästyvät staattorihajavuon ja päävuon vaikutuksesta. Roottorin selkä ja hampaat puolestaan kyllästyvät roottorihajavuon ja päävuon vaikutuksesta. Staattorivuon vaikutus kyllästyksen on kuitenkin normaali-käytössä merkittävämpi kuin roottorivuon. Kyllästys voidaankin tavallisesti mallintaa riittävällä tarkkuudella käyttämällä Γ -sijaiskytkennässä magnetointi-induktanssia, jonka arvo riippuu staattorivuosta. (Slemon 1989)

Joissakin tapauksissa magneettiipiiri kyllästyy merkittävästi myös roottori-hajavuon vaikutuksesta, minkä seurauksena Γ -sijaiskytkennän hajainduktanssin arvo riippuu hajavuosta. Hajavuon vaikutus on voimakasta pääasiassa suljetuissa roottoriurissa, joissa hampaiden päitä yhdistävät sillat kyllästyvät. Lisäksi voi esiintyä magneettiipiirin keskinäiskyllästystä, minkä seurauksena Γ -sijaiskytkennän induktanssien arvot riippuvat sekä staattorivuosta että hajavuosta. Keskinäiskyllästys on voimakasta pääasiassa suljetuissa ja vinoissa roottoriurissa, joita käytetään yleisesti pienissä moottoreissa. Jos keskinäis-kyllästys ei ole merkittävää, voidaan magnetointi-induktanssi kuvata riittävällä tarkkuudella funktiolla

$$L_M = \frac{L_{Mu}}{1 + a|\psi_s|^b} \quad (18)$$

missä L_{Mu} on magnetointi-induktanssin kyllästymätön arvo ja a ja b ovat kyllästystä kuvaavia positiivisia vakioita. Hajainduktanssi voidaan tarvittaessa kuvata vastaavasti hajavuon funktiona. (Tuovinen ym. 2010)

Magnetointi-induktanssin kyllästys muuttaa staattori- ja roottorikäänin välistä muuntosuhdetta ja edelleen T-sijaiskytkennän roottoriresistanssia R_r ja roottori-hajainduktanssia L_{rl} . Kyllästys muuttaa lisäksi muunnoskerrointa \mathcal{Y} ja edelleen Γ -sijaiskytkennän hajainduktanssia L_L ja roottoriresistanssia R_R . Käytännössä muuntosuhteen ja muunnoskerroimen muuttuminen on kuitenkin niin vähäistä, ettei sitä tarvitse ottaa huomioon. (Klaes 1993)

Staattorissa syntyvät rautahäviöt ovat verrannollisia staattorivuon amplitudiin ja taajuuteen. Roottorissa syntyvät rautahäviöt ovat puolestaan verrannollisia roottorivuon amplitudiin ja taajuuteen. Roottorivuon taajuus on kuitenkin normaalikäytössä pieni, joten myös roottorin rautahäviöt ovat vähäiset. Roottorissa rautahäviöitä synnyttävät virrat osallistuvat lisäksi osittain vääntömomentin tuottamiseen, mikä näkyy Γ -sijaiskytkennässä pienenä vähennyksenä roottoriresistanssin arvossa. Rautahäviöt kasvattavat staattori-

vuon muodostamiseen tarvittavan staattorivirran amplitudia, mikä voidaan mallintaa Γ -sijaiskytkennässä lisäämällä magnetointi-induktanssin rinnalle epälineaarinen rautahäviöresistanssi R_c kuvan 7 mukaisesti. (Slemon 1989)

Rautahäviöiden voidaan ajatella muodostuvan hystereesi- ja pyörrevirtahäviöistä, jotka pysyvässä tilassa toteuttavat likimain yhtälön

$$P_c = \frac{3}{2} (k_h |\omega_s| |\psi_s|^{n_h} + k_e |\omega_s|^2 |\psi_s|^2) \quad (19)$$

missä k_h ja k_e ovat hystereesi- ja pyörrevirtahäviöiden osuutta kuvaavia positiivisia vakioita ja n_h on Steinmetzin vakio. Rautahäviöt voidaan esittää myös staattorivuon indusoiman jännitteen

$$e_s = \frac{d\psi_s}{dt} \quad (20)$$

funktiona

$$P_c = \frac{3}{2} (k_h |e_s| |\psi_s|^{n_h-1} + k_e |e_s|^2) \quad (21)$$

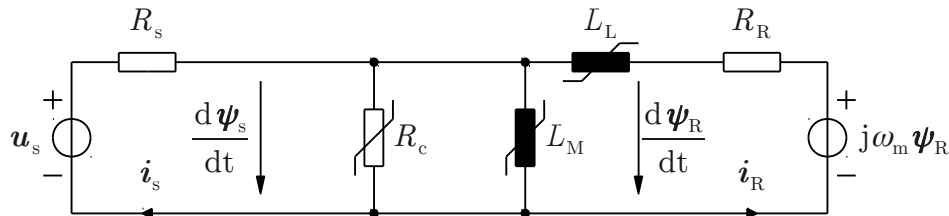
joka pysyvässä tilassa toteuttaa yhtälön (19). Kuvan 7 mallissa syntyvät rautahäviöt ovat

$$P_c = \frac{3 |e_s|^2}{2 R_c} \quad (22)$$

joten rautahäviöresistanssi voidaan kuvata funktiolla

$$R_c = \frac{1}{k_h |\psi_s|^{n_h-1} / |e_s| + k_e} \quad (23)$$

Rautahäviöresistanssi pystyy mallintamaan sekä staattorivuon pyörimisestä että itseisarvon muutoksista aiheutuvat rautahäviöt. (Ranta ym. 2009a)



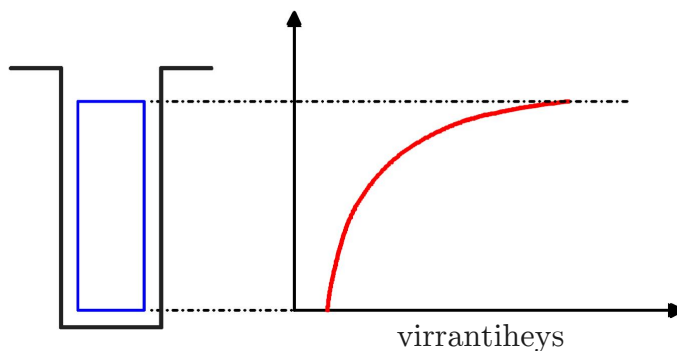
Kuva 7: Oikosulkumoottorin malli, jossa magneettipiirin kyllästys ja staattorin rautahäviöt on otettu huomioon. (Ranta ym. 2009a)

2.6. Yliaaltomalli

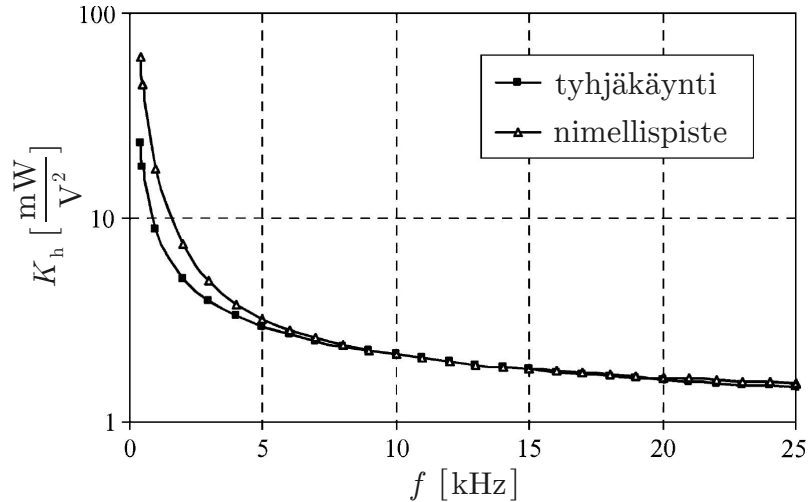
Suurilla taajuuksilla moottorin käämeissä kulkee pyörrevirtoja eikä virta jakaudu tasaisesti käämien koko poikkipinta-alalle. Näitä ilmiöitä kutsutaan yleisesti virranahdoksi. Oikosulkumoottorissa virranahdo on erityisen voimakasta käämien uriin sijoittuvissa osissa, joissa magneettivuon tiheys on suurin. Virranahdo vaikuttaa jo pienillä taajuuksilla roottorin sauvoissa, joissa virrantiheys kasvaa uran suuaukkoa kohti kuvan 8 havainnollistamalla tavalla. Virranahdon seurauksena käämin resistanssi kasvaa ja hajainduktanssi laskee taajuuden kasvaessa. Suurilla taajuuksilla käämin induktanssista aiheutuva suuri impedanssi kuitenkin rajoittaa virtaa, joten vaikka käämin resistanssi kasvaa taajuuden kasvaessa, käämissä syntyvät virtalämpöhäviöt laskevat ja ovat lopulta lähes merkityksettömät. (Novotny ym. 1990)

Suurilla taajuuksilla ei muodostu juurikaan syvälle staattorin ja roottorin selkään tunkeutuvaa päävuota vaan pääasiassa hampaiden päissä ja hampaita yhdistävissä silloissa kulkevaa hajavuota. Näissä osissa magneettivuon tiheys kasvaa ja syntyy paljon rautahäviöitä. Taajuuden kasvaessa hystereesihäviöiden vaikutus vähenee ja suurilla taajuuksilla syntyvät rautahäviöt ovat pääasiassa pyörrevirtahäviöitä. Tämän seurauksena rautahäviöt aluksi laskevat ja lopulta kasvavat hitaasti taajuuden kasvaessa. (Novotny ym. 1990)

Bradley ym. (2008) tutkivat taajuusmuuttajan muodostamien yliaaltojen synnyttämiä häviöitä oikosulkumoottorissa. Tutkimuksessa moottorin syöttöjännitteeseen lisättiin yksittäinen yliaalto ja mitattiin yliaallon synnyttämä häviöteho. Tuloksena saatiin häviökerroin, joka on yliaallon synnyttämän häviötehon suhde yliaallon amplitudin neliöön. Häviökertoimien avulla laskettiin moottorin häviöt taajuusmuuttajakäytössä. Menetelmän toimivuus verifioitiin kalorimetrisillä mittauksilla. Kuvassa 9 on esitetty erään 7,5 kW:n moottorin häviökerroin taajuuden funktiona tyhjäkäynnissä ja nimellispisteessä. Kuvassa häviökerroin laskee aluksi nopeasti ja lopulta hitaasti taajuuden kasvaessa. Pienillä taajuuksilla häviökerroin riippuu taajuuden lisäksi kuormituksesta. De Buck ym. (1984), Undeland & Mohan (1988) ja Novotny ym. (1990) saivat



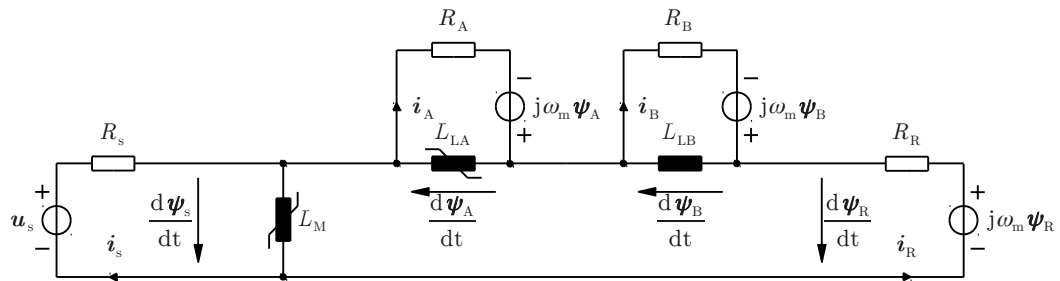
Kuva 8: Virranahdo roottorin sauvassa. (Pyrhönen 2011)



Kuva 9: Erään 7,5 kW:n oikosulkumoottorin häviökerroin taajuuden funktiona tyhjäkäynnissä ja nimellispisteessä. (Bradley ym. 2008)

tutkimuksissaan samankaltaisia mittaustuloksia. Yleisen tulkinnan mukaan pienillä taajuuksilla syntyvistä häviöistä valtaosa on käämeissä syntyviä virtalämpöhäviöitä. Virtalämpöhäviöiden osuus laskee nopeasti taajuuden kasvaessa ja suurilla taajuuksilla syntyvät häviöt ovat pääasiassa rautahäviöitä. Kuormituksen vaikutus häviökertoimeen selittyy ainakin osittain magneetti-piirin kyllästyksen seurauksena.

Roottorikäänin virranahto ja hajavuon synnyttämät pyörrevirtahäviöt roottorin kyllästyvässä rautasydämessä voidaan mallintaa kuvan 10 mukaisella mallilla. Mallissa hajainduktanssi on jaettu epälineaariseen osaan L_{LA} ja lineaariseen osaan L_{LB} . Pyörrevirtahäviöitä mallintaa resistanssi R_A ja virranahdon vaikutusta resistanssi R_B . Mallissa roottorikäänin efektiivinen resistanssi kasvaa ja hajainduktanssi laskee taajuuden kasvaessa. Taajuuden ollessa nolla efektiivinen resistanssi on R_R ja hajainduktanssi on induktanssien L_{LA} ja L_{LB} summa. Taajuuden ollessa ääretön efektiivinen resistanssi on resistanssien R_A , R_B ja R_R summa ja hajainduktanssi on nolla. (Ranta ym. 2009b)



Kuva 10: Oikosulkumoottorin malli, jossa roottorikäänin virranahto ja hajavuon synnyttämien pyörrevirtahäviöt roottorin kyllästyvässä rautasydämessä on otettu huomioon. (Ranta ym. 2009b)

Kuvan 10 mallilla voidaan käytännössä tuottaa kuvaa 9 muistuttava häviökerroinkäyrä, vaikka malli ei varsinaisesti pystykään kuvaamaan staattori-käämin virranahtoa eikä hajavuon synnyttämiä pyörrevirtahäviöitä staattorin rautasydämessä. Yliaaltojen kannalta magnetointi-induktanssilla ja liikejänniteillä ei kuitenkaan ole merkittävää vaikutusta, joten roottoripuolen suureilla voidaan jossain määrin mallintaa myös staattoripuolen ilmiöitä. On kuitenkin huomattava, että mikäli hajainduktanssin kyllästys on voimakasta, riippuu häviökerroin voimakkaasti kuormituksesta myös suurilla taajuuksilla. Tästä syystä mallia voidaankin käyttää vain suhteellisen matalataajuuksisten yliaaltojen synnyttämien häviöiden kuvaamiseen.

2.7. Ehdotettu malli

Tavoitteena on kehittää avaruusvektorimalli, jolla voidaan laskea moottorin häviöt riittävällä tarkkuudella taajuusmuuttajakäytössä. Mallin täytyy siten samanaikaisesti huomioida sekä perusaallon että yliaaltojen synnyttämät häviöt. Kuvien 7 ja 10 malleja ei kuitenkaan voida suoraan yhdistää, mutta niiden pohjalta voidaan muodostaa kuvan 11 mukainen uudenlainen malli. Mallissa on jouduttu tekemään kompromisseja, jotta sekä perusaalto että matala- ja korkea-taajuiset yliaallot käyttäytyvät fysikaalisesti.

Rautahäviömallia (19) ei voida käyttää suurilla taajuuksilla, minkä vuoksi ehdotetussa mallissa on kytketty induktanssi L_c resistanssin R_c kanssa sarjaan vaimentamaan virran i_c yliaaltoja. Teoriassa induktanssin L_c voidaan ajatella mallintavan rautasydämeen syntyvien pyörrevirtojen muodostamaa vastavuota, joka pyrkii kumoamaan staattorivuon rautasydämessä. (Honsinger 1980)

Rautahäviöitä synnyttää ehdotetussa mallissa vuo ψ_c , joka vastaa likimain staattorivuon ψ_s perusaaltoa (olettaen, että induktanssin L_c arvo on valittu sopivasti). Rautahäviömalli (21) täytyy siten määritellä uudelleen vuon ψ_c ja vuon indusoiman jännitteen $R_c i_c$ funktiona

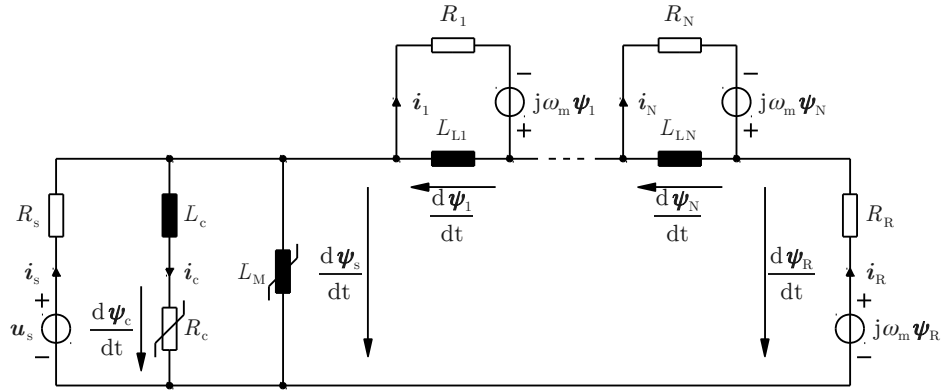
$$P_c = \frac{3}{2}(k_h |R_c i_c| |\psi_c|^{n_h-1} + k_e |R_c i_c|^2) \quad (24)$$

joka pysyvässä tilassa toteuttaa likimain yhtälön (19). Ehdotetussa mallissa syntyvät rautahäviöt ovat

$$P_c = \frac{3}{2} R_c |i_c|^2 \quad (25)$$

joten rautahäviöresistanssi voidaan kuvata funktiolla

$$R_c = \frac{1 - k_h |\psi_c|^{n_h-1} / |i_c|}{k_e} \quad (26)$$



Kuva 11: Ehdotettu oikosulkumoottorin malli.

Ehdotetusta mallista on poistettu hajainduktanssin kyllästys. Näin korkeataajuisien yliaaltojen synnyttämät häviöt voidaan mallintaa paremmin. Toisaalta kuormituksen vaikutusta matalataajuisien yliaaltojen synnyttämiin häviöihin ei voida mallintaa. Käytännön kokemusten perusteella todettiin hajainduktanssin mittaamisen olevan varsin epäluotettavaa ja kyllästysmallien parametrien identifioinnin olevan liian vaikeaa, mikä myös osaltaan johti hajainduktanssin kyllästyksen poistamiseen mallista.

Yliaaltojen synnyttämät häviöt mallinnetaan muodostamalla roottoripuolelle sarjamuotoinen Fosterin kytkentä. Yliaaltojen mallintamiseen on esitetty kirjallisuudessa monenlaisia kytkentöjä, mutta de Leon & Semlyen (1993) totesivat tutkimuksessaan sarjamuotoisen Fosterin kytkennän johtavan matalampaan astelukuun ja yksinkertaisempaan tilaesitykseen kuin vaihtoehtoiset kytkennät. Sarjamuotoisessa Fosterin kytkennässä näkyvät lisäksi suoraan perusaaltoa vastaavat roottoriresistanssi R_R ja hajainduktanssi $L_{L1} + \dots + L_{LN}$, mikä helpottaa mallin parametrien identifiointia, koska perusaaltoa ja yliaaltoja voidaan tarkastella erikseen.

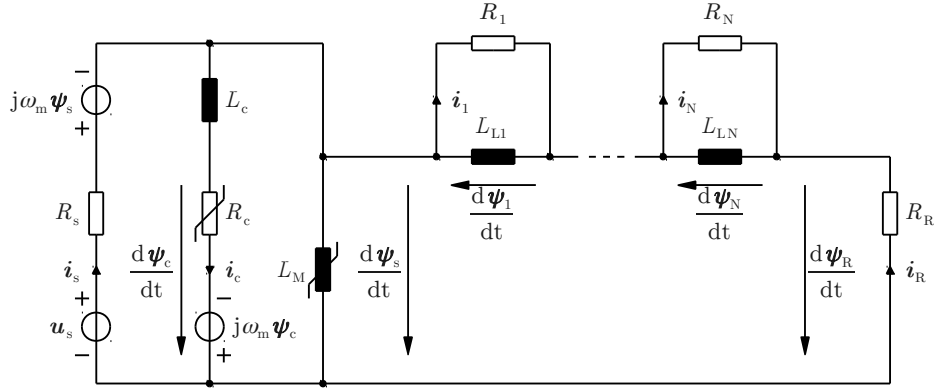
Moottorin mekaaninen teho on liikejännitteissä syntyvä teho

$$P = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ -j\omega_m \psi_R i_R^* - j\omega_m \psi_1 i_1^* - \dots - j\omega_m \psi_N i_N^* \} \quad (27)$$

Kuvassa 12 on esitetty ehdotettu malli roottorikäämiin kiinnitettyssä roottori-koordinaatistossa. Kuvan perusteella mekaaninen teho voidaan esittää myös lyhyemmin muodossa

$$P = \frac{3}{2} \operatorname{Re} \{ j\omega_m \psi_s i_s^* - j\omega_m \psi_c i_c^* \} \quad (28)$$

Yhtälöt (27) ja (28) ovat täysin yhtäpitävät ja pätevät aina koordinaatistosta riippumatta.



Kuva 12: Ehdotettu oikosulkumoottorin malli roottorikoordinaatistossa.

Moottorissa syntyy mekaanisia hankaus- ja tuuletushäviöitä, jotka pysyvässä tilassa toteuttavat likimain yhtälön

$$P_f = k_f |\omega|^{n_f} \quad (29)$$

missä k_f ja n_f ovat positiivisia vakioita (Babau ym. 2007). Osa moottorin tuottamasta vääntömomentista kuluu mekaanisten häviöiden voittamiseen. Mekaanisia häviöitä vastaava vääntömomentti on

$$T_f = \frac{P_f}{\omega} \quad (30)$$

Moottorin tuottamalle vääntömomentille saadaan yhtälö

$$T = \frac{P - P_f}{\omega} = \frac{3}{2} p \text{Im}\{\psi_s^* i_s - \psi_c^* i_c\} - T_f \quad (31)$$

Moottorissa syntyvä häviöteho on

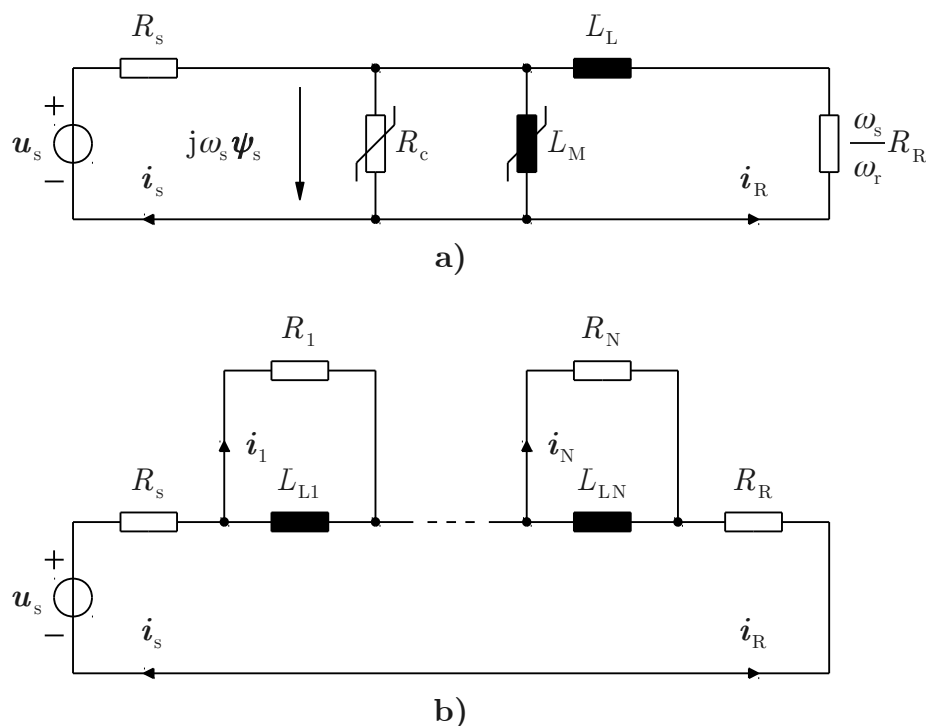
$$P_{\text{loss}} = \frac{3}{2} (R_s |i_s|^2 + R_c |i_c|^2 + R_R |i_R|^2 + R_1 |i_1|^2 + \dots + R_N |i_N|^2) + P_f \quad (32)$$

3. Parametrien identifiointi

3.1. Pysyvän tilan malli

Parametrien identifiointissa oikosulkumoottoria tarkastellaan pysyvässä tilassa. Moottori oletetaan täysin symmetriseksi, joten avaruusvektorimallin sijaan voidaan käyttää yhden vaiheen osoitinmallia. Avaruusvektorit korvataan vastaavien vaihesuureiden huippuarvojen osoittimilla ja malliin sovelletaan tavanomaista vaihtovirtapiirien osoitinlaskentaa. Perusaaltoa ja yliaaltoja tarkastellaan erikseen.

Pysyvässä tilassa kuvan 11 malli voidaan yksinkertaistaa perusaallon kannalta kuvan 13a ja yliaaltojen kannalta kuvan 13b esittämään muotoon. Haja-induktanssi L_L on Fosterin kytkennän induktanssien summa $L_{L1} + \dots + L_{LN}$. Kuvien malleissa oletetaan induktanssin L_c vastaavan perusaallolla oikosulkua ja yliaalloilla avointa piiriä. Lisäksi oletetaan etteivät Fosterin kytkennän resistanssit vaikuta perusaaltoon eivätkä liikejännitteet ja magnetointi-induktanssi vaikuta yliaaltoihin. Tehdyt oletukset ovat perusteltuja, kunhan mallin parametrit on valittu sopivasti ja yliaaltojen taajuudet ovat riittävästi perusaallon taajuutta suurempia. Huomattavaa on, että yliaaltojen kannalta malli oletetaan lineaariseksi eli moottorin toimintapisteestä riippumattomaksi.



Kuva 13: Oikosulkumoottorin pysyvän tilan malli a) perusaallon b) yliaaltojen kannalta.

3.2. Mittausympäristö

Tässä työssä tutkittiin moottoria, jonka nimellisarvot ovat: jännite 400 V, taajuus 50 Hz, pyörimisnopeus 1450 r/min, akseliteho 7,5 kW, virta 15,5 A ja tehokerroin 0,83. Laboratoriossa tehtiin kokeita, joissa moottoria ajettiin taajuusmuuttajalla useissa eri toimintapisteissä. Kaikissa toimintapisteissä mitattiin staattorijännite u_s , staattorivirta i_s ja roottorin kulmanopeus ω . Lisäksi mitattiin staattoriresistanssi R_s ennen kokeita ja kokeiden jälkeen. Staattoriresistanssi ei muuttunut merkittävästi kokeiden aikana, minkä perusteella voidaan olettaa moottorin pysyneen likimain huoneenlämpöisenä.

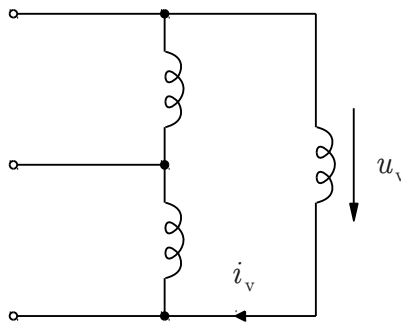
Kuormitusta varten moottorin akseliin kiinnitettiin toinen oikosulkumoottori. Tutkittavaa moottoria ajettiin taajuusmuuttajalla skalaariohjauksella, mikä mahdollistaa syöttötaajuuden tarkan asettamisen. Kuormittavaa moottoria ajettiin taajuusmuuttajalla DTC-ohjauksella (Direct Torque Control), mikä mahdollistaa vääntömomentin tarkan ohjauksen.

Moottorin staattorikäämi kytkettiin kolmioon. Staattorikäämistä mitattiin oskilloskoopilla kuvassa 14 esitetyt suureet. Mitatut jännitteen u_v ja virran i_v käyrämuodot ikkunoitiin sopivasti, minkä jälkeen niiden spektrit laskettiin FFT-algoritmin (Fast Fourier Transform) avulla (National Instruments 2009). Ikkunoinnilla pyrittiin vähentämään spektriin käyrämuodon epäjatkuvuudesta aiheutuvaa virhettä. Oskilloskoopin näytteenottotaajuus asetettiin riittävän suureksi eikä huomattavaa laskostumista tapahtunut. Spektreistä poimittiin vastaavat perusaallon ja yliaaltojen huippuarvojen osoittimet u_v ja i_v eri taajuuksilla. Koska moottori oletetaan täysin symmetriseksi, voidaan laskea vastaavat staattorijännite

$$u_s = \frac{u_v}{\sqrt{3}} \quad (33)$$

ja staattorivirta

$$i_s = \sqrt{3} i_v \quad (34)$$



Kuva 14: Staattorikäämistä oskilloskoopilla mitatut suureet.

Staattoriresistanssin mittauksen ajaksi tutkittavan moottorin syöttökaapeli irrotettiin taajuusmuuttajasta. Moottorista mitattiin tarkalla nelipistemittarilla kahden liittimen välinen resistanssi. Staattoriresistanssi on symmetrian perusteella puolet mitatusta resistanssista. On kuitenkin huomattava, että normaalikäytössäkin virranahdon seurauksena todellinen staattoriresistanssi saattaa olla syöttötaajuudesta ja staattorikäänin rakenteesta riippuen hieman nelipistemittarilla mitattua resistanssia suurempi.

Moottorin akseliin kiinnitettiin inkrementtianturi, jonka lähtösignaali mitattiin oskilloskoopilla. Lähtösignaali on kanttiaalto, jonka taajuuden perusteella voitiin laskea roottorin nopeus mittaushetkellä.

3.3. Mittaukset ja sovitukset

Mallin parametrit sovitettiin MATLAB-ohjelmointiympäristössä moottorilla eri toimintapisteissä saatuihin mittaustuloksiin. Identifioidut parametrit on esitetty kootusti liitteessä A. Identifiointiin tarvittavat mittaukset ja sovitukset on esitetty yksityiskohtaisesti seuraavaksi.

3.3.1. Tyhjäkäyntimittaukset

Moottorin pätöteho tyhjäkäynnissä eli tyhjäkäyntiteho muodostuu pääasiassa staattorikäänin virtalämpöhäviöistä, staattorin rautahäviöistä ja mekaanisista häviöistä. Pippuri & Arkkio (2008) tutkivat tyhjäkäyntitehon jakamista näihin häviöluokkiin. Tutkimuksessa moottorin mekaaniset häviöt määritettiin yleisesti tunnetuilla vaihtoehtoisilla menetelmillä ja todettiin eri menetelmillä saatujen mittaustulosten poikkeavan merkittävästi toisistaan. Lisäksi todettiin kaikkien menetelmien toistettavuuden olevan varsin huono. Tässä työssä mekaaniset häviöt määritettiin standardissa IEC 60034-2-1 (2007) kuvatulla menetelmällä.

Moottoria ajettiin tyhjäkäynnissä useilla syöttöjännitteen ja -taajuuden arvoilla. Jännitettä laskemalla mekaanisten häviöiden suhteellista osuutta tyhjäkäyntitehosta voidaan kasvattaa. Samalla roottorivirta kasvaa ja pienillä jännitteen arvoilla merkittävä osa tyhjäkäyntitehosta onkin roottorikäänin virtalämpöhäviöitä. Jännitettä laskettiin kunnes roottorin nopeus laski huomattavasti. Vähennetään tyhjäkäyntitehosta staattorikäänin virtalämpöhäviöt

$$P_k = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{u_s i_s^*\} - \frac{3}{2} R_s |i_s|^2 \quad (35)$$

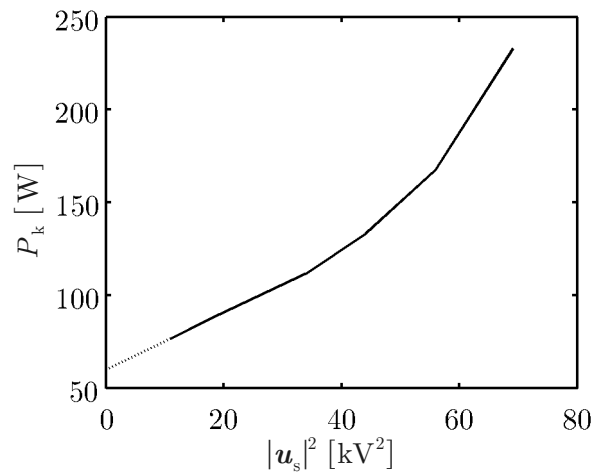
piirretään laskettu häviöteho jännitteen neliön funktiona ja ekstrapoloidaan saatu käyrä jännitteen nollakohtaan saakka kuvan 15 mukaisesti. Mekaaninen häviöteho on likimain käyrän arvo jännitteen nollakohdassa.

Kun mekaaninen häviöteho tunnetaan usealla roottorin nopeudella, voidaan häviömallin (29) parametrit sovittaa minimoimalla neliösumma

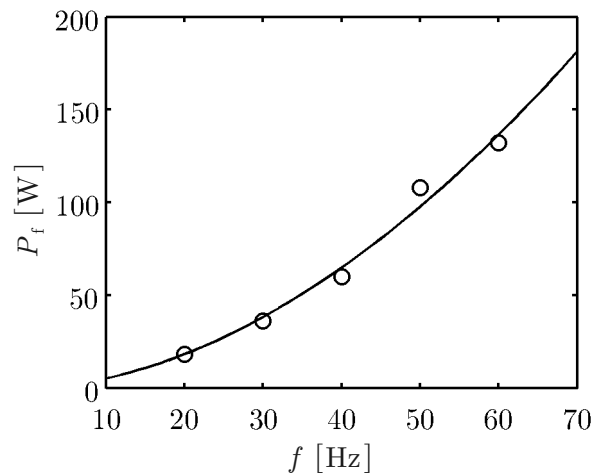
$$\sum_{x=1}^X (P_{fx} - k_f |\omega_x|^{n_f})^2 \quad (36)$$

missä x viittaa mittauspisteeseen ja X on sovituksessa käytettävien mittauspisteiden lukumäärä. Mitatut ja sovitetulla mallilla lasketut mekaaniset häviöt on esitetty taajuuden funktiona kuvassa 16.

Mekaanisten häviöiden mittaaminen edellä esitetyllä tavalla osoittautui työlääksi ja epäluotettavaksi menetelmäksi. Joissakin tapauksissa yksittäisiä mittauspisteitä jouduttiin hylkäämään, jotta saatiin piirrettyä oikean muotoinen häviötehokäyrä.



Kuva 15: Mekaanisen häviötehon määrittäminen häviötehokäyrästä ekstrapoloimalla syöttötaajuuden ollessa 40 Hz.



Kuva 16: Mitatut (ympyrät) ja sovitetulla mallilla lasketut (käyrä) mekaaniset häviöt taajuuden funktiona.

Staattorin rautahäviöt saadaan vähentämällä tyhjäkäyntitehosta staattori-
käämin virtalämpöhäviöt ja mitatut mekaaniset häviöt

$$P_c = \frac{3}{2} \operatorname{Re}\{\mathbf{u}_s \mathbf{i}_s^*\} - \frac{3}{2} R_s |\mathbf{i}_s|^2 - P_f \quad (37)$$

Staattorivuolle saadaan kuvan 13a perusteella yhtälö

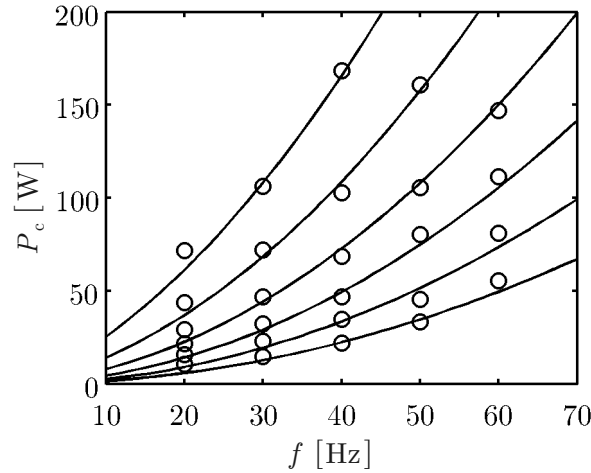
$$\boldsymbol{\psi}_s = \frac{\mathbf{u}_s - R_s \mathbf{i}_s}{j\omega_s} \quad (38)$$

Rautahäviömallin (19) parametrit sovitetaan minimoimalla neliösumma

$$\sum_{x=1}^X \left[P_{cx} - \frac{3}{2} (k_h |\omega_{sx}| \|\boldsymbol{\psi}_{sx}\|^{n_h} + k_e |\omega_{sx}|^2 |\boldsymbol{\psi}_{sx}|^2) \right]^2 \quad (39)$$

Mitatut ja sovitetulla mallilla lasketut rautahäviöt on esitetty taajuuden funktiona kuvassa 17. Rautahäviömallin sovittaminen koko mittausalueelle osoittautui jossain määrin ongelmalliseksi. Kuvasta 15 nähdään, miten häviöteho kasvaa aluksi likimain jännitteen suhteen neliöllisesti kunnes lopulta häviöteho alkaa kasvaa huomattavasti voimakkaammin. Niemenmaa (1989) käsitteli ilmiötä lisensiaattitutkimuksessaan. Mahdollinen selitys ilmiölle on staattorivuon siirtyminen kulkemaan osittain moottorin rungossa ja muissa magneettipiiriin kuulumattomissa rakenteissa staattorin selän kyllästyessä. Näitä rakenteita ei tavallisesti ole valmistettu staattorin ja roottorin tapaan laminoidusta raudasta vaan massiivisesta hyvin sähköä johtavasta materiaalista. Näissä rakenteissa saattaa tästä johtuen syntyä paljon pyörrevirtahäviöitä. Rasilo ym. (2011) tutkivat tahtimoottorin rautahäviöiden laskemista elementtimenetelmällä. Tutkimuksessa todettiin, että suurilla staattorivoilla on oleellista mallintaa myös rungossa syntyvät häviöt, jotta lasketut ja mitatut tyhjäkäyntihäviöt täsmäisivät. Tyypillisesti häviötehon voimakas kasvu alkaa vasta nimellistä suuremmalla staattorivuolla. Tutkitussa moottorissa voimakas kasvu alkaa kuitenkin jo nimellistä pienemmällä staattorivuolla. Tämän seurauksena sovituksessa saatiin epätavallisen suuri arvo Steinmetzin vakiolle n_h eikä sovitus onnistunut kaikissa mittauspisteissä. Sovitusta vaikeuttaa lisäksi vielä se, että tyhjäkäyntihäviöistä määritettyihin rautahäviöihin sisältyy jonkin verran muita häviöitä, joiden alkuperästä ei ole tarkkaa tietoa (Pippuri & Arkkio 2008).

Sovitetun rautahäviömallin perusteella nimellisellä staattorivuolla ja syöttötaajuudella staattorin rautahäviöistä reilut 40 % on hystereesihäviöitä ja vajaat 60 % on pyörrevirtahäviöitä. Rautahäviöiden jakautumiseen saattaa kuitenkin vaikuttaa oleellisesti staattorin lämpötila. Lämpötilan kasvaessa staattorin rautalevyjen resistanssi kasvaa, mikä rajoittaa pyörrevirtojen muodostumista ja edelleen pyörrevirtahäviöitä (Boglietti ym. 2004).



Kuva 17: Mitatut (ympyrät) ja sovitetulla mallilla lasketut (käyrät) rautahäviöt taajuuden funktiona. Käyrät on laskettu eri staattorivuon arvoilla.

Tyhjäkäynnissä (tavanomaisilla staattorivoilla) roottorivirta on likimain nolla, joten loistehoa kuluu pääasiassa magnetointi-induktanssissa. Magnetointi-induktanssille voidaan näin ollen kuvan 13a perusteella johtaa yhtälö

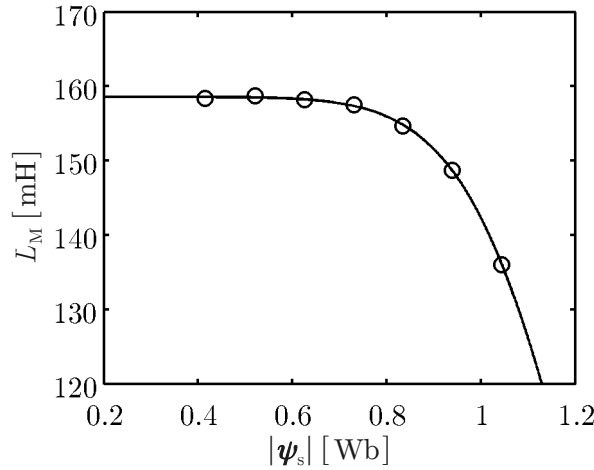
$$L_M = \frac{\omega_s |\psi_s|^2}{\text{Im}\{j\omega_s \psi_s i_s^*\}} = \frac{|\psi_s|^2}{\text{Re}\{\psi_s i_s^*\}} \quad (40)$$

Kyllästysmallin (18) parametrit sovitetaan minimoimalla neliösumma

$$\sum_{x=1}^X \left(L_{Mx} - \frac{L_{Mu}}{1 + a|\psi_{sx}|^b} \right)^2 \quad (41)$$

Mitatut ja sovitetulla mallilla lasketut magnetointi-induktanssit on esitetty staattorivuon funktiona kuvassa 18. Staattorivuon laskiessa magnetointi-induktanssi kasvaa aluksi voimakkaasti ja asettuu lopulta likimain vakioksi. Pienillä staattorivoilla magnetointi-induktanssi alkaa tyypillisesti vielä laskea (McKinnon ym. 2004). Tällaista käyttäytymistä ei kyllästysmallilla kuitenkaan voida kuvata, joten pienet staattorivuot tulee jättää pois sovituksesta.

Kyllästysmallin sovituksessa oletettiin, että yliaalloilla ei ole kyllästyksen kannalta merkitystä. Joissakin tapauksissa yliaaltojen synnyttämät hajavuot saattavat kuitenkin kyllästyä magneettipiiriä siinä määrin, että perusaaltoa vastaava magnetointi-induktanssi muuttuu hieman (Klingshirn & Jordan 1968). Tällöin perusaallon vaikutus kyllästyksen saattaa vääristyä kyllästysmallin sovituksessa. Tästä syystä syöttövirran tulisi olla tyhjäkäyntimittauksissa mahdollisimman sinimuotoinen.



Kuva 18: Mitatut (ympyrät) ja sovitetulla mallilla lasketut (käyrä) magnetointi-induktanssit staattorivuon funktiona.

3.3.2. Kuormitusmittaukset

Roottoripuolen perusaaltoa vastaavia suureita tutkittiin kuormittamalla moottoria. Tutkittavaa moottoria ajettiin likimain nimellisellä staattorivuolla syöttötaajuuden ollessa 40 Hz. Kuormittavan moottorin vääntömomenti asetettiin siten, että tutkittavan moottorin staattorivirta oli likimain nimellinen. Roottorivirralla saadaan kuvan 13a perusteella yhtälö

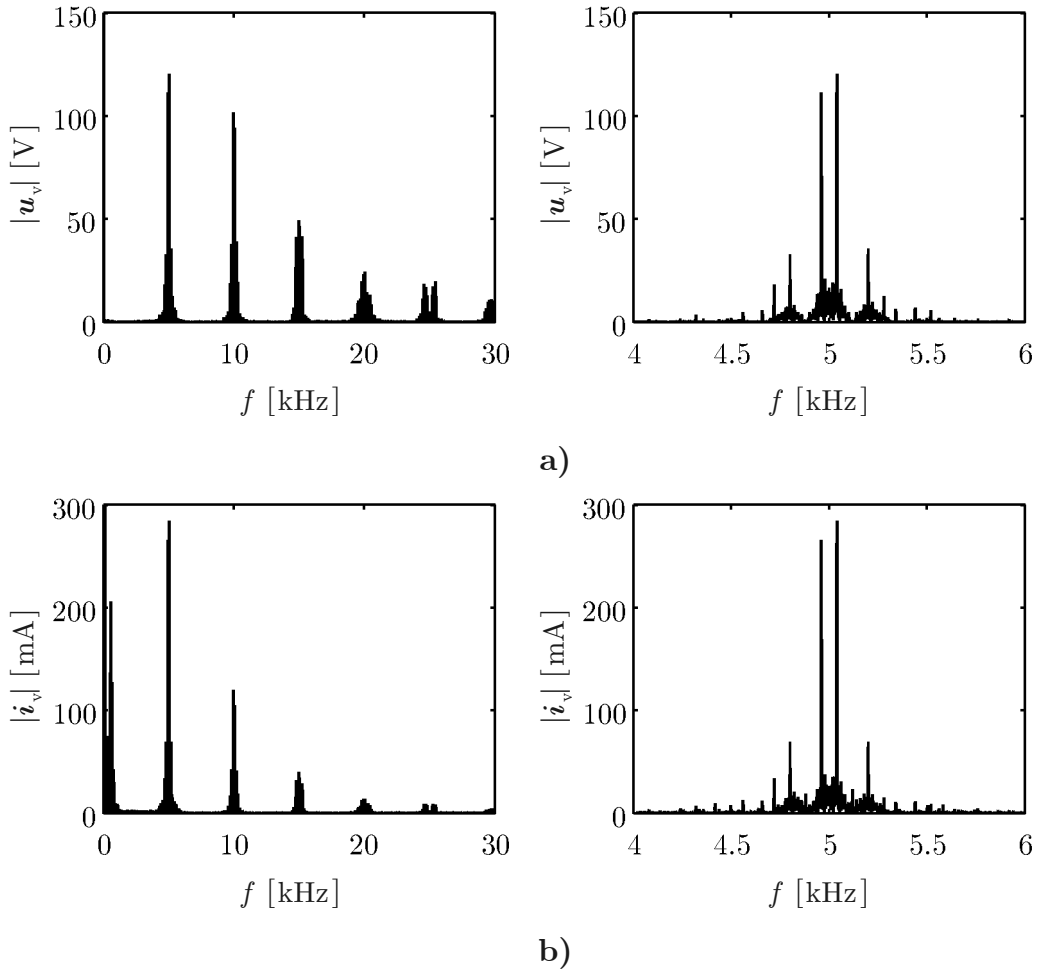
$$i_R = \frac{e_s}{R_c} + \frac{\psi_s}{L_M} - i_s \quad (42)$$

missä R_c ja L_M lasketaan tyhjäkäyntimittauksiin sovitetuilla rautahäviö- ja kyllästysmalleilla. Hajainduktanssille ja roottoriresistanssille voidaan johtaa yhtälöt roottoripuolella kuluvaan lois- ja pätötehon perusteella

$$L_L = -\frac{\text{Im}\{j\omega_s \psi_s i_R^*\}}{\omega_s |i_R|^2} = -\frac{\text{Re}\{\psi_s i_R^*\}}{|i_R|^2} \quad (43)$$

$$R_R = -\frac{\omega_r \text{Re}\{j\omega_s \psi_s i_R^*\}}{\omega_s |i_R|^2} = \omega_r \frac{\text{Im}\{\psi_s i_R^*\}}{|i_R|^2} \quad (44)$$

Yliaaltojen vaikutusta tutkittiin toistamalla kuormitusmittausta muuttaen mittausten välillä moottoria syöttävän taajuusmuuttajan kytkentätaajuutta. Kuvassa 19 on esitetty jännitteen ja virran mitatut spektrit eräällä kytkentätaajuudella. Voimakkaimmat yliaallot esiintyvät spektreissä pareittain ja näkyvät kuvassa 5 kHz:n ympäristössä. Kytkentätaajuutta muuttamalla voidaan voimakkaita yliaaltoja tuottaa eri taajuuksille.



Kuva 19: Mitattu a) jännitteen b) virran spektri eräällä taajuusmuuttajan kytkentätaajuudella. Vasemmalla puolella spektrit on esitetty laajalla taajuus-alueella. Oikealla puolella spektrit on esitetty tarkennettuna voimakkaimpien yliaaltojen kohdalle.

Moottorin häviökerroin suurilla taajuuksilla on moottorissa kuluvan pätötehon suhde syöttöjännitteen amplitudin neliöön

$$K_h = \frac{3 \operatorname{Re}\{\mathbf{u}_s \mathbf{i}_s^*\}}{2 |\mathbf{u}_s|^2} = \frac{9 \operatorname{Re}\{\mathbf{u}_v \mathbf{i}_v^*\}}{2 |\mathbf{u}_v|^2} \quad (45)$$

Häviökertoimen arvioimiseksi kuormitusmittaus toistettiin yhteensä viisi kertaa seitsemällä eri taajuusmuuttajan kytkentätaajuudella. Eri kytkentätaajuuksilla mitatuista viidestä jännitteen spektristä valittiin jokaisesta kaksi voimakkainta yliaaltoa, minkä jälkeen laskettiin kaikkia kymmentä valittua yliaaltoa vastaava kulmataajuuden keskiarvo ω_h ja häviökertoimen keskiarvo K_h . Esimerkiksi kuvan 19 spektreissä esiintyvien kahden voimakkaan yliaallon avulla laskettiin kaksi kymmenestä arviosta häviökertoimelle noin 5 kHz taajuudella.

Samalla kytkentätaajuudella mitatuissa häviökertoimissa esiintyy väistämättä hajontaa, mikä aiheutuu perusaallon muodostaman tahtinopeudella pyörivän kyllästysvektorin ja yliaaltojen välisestä vuorovaikutuksesta (Bradley ym. 2008). Suurimman ja pienimmän häviökertoimen välinen ero oli keskimäärin noin kolme prosenttia keskiarvosta. On myös huomattava, että suurilla taajuuksilla jännitteen ja virran vaihe-ero on likimain 90 astetta, joten pieni virhe vaihe-erossa saattaa johtaa suureen virheeseen häviökertoimessa.

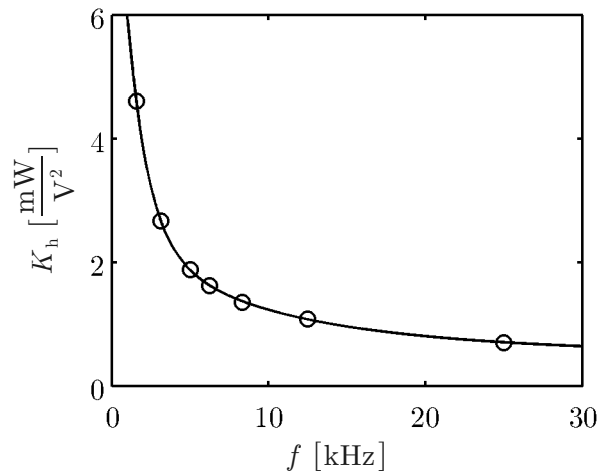
Yliaaltoja vastaava impedanssi on kuvan 13b perusteella

$$Z_h = R_s + R_R + \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega_h L_{L1}}} + \dots + \frac{1}{\frac{1}{R_N} + \frac{1}{j\omega_h L_{LN}}} \quad (46)$$

Fosterin kytkennän parametrit sovitetaan minimoimalla neliösumma

$$\sum_{x=1}^X \left(K_{hx} - \frac{3}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{Z_{hx}} \right\} \right)^2 \quad (47)$$

Mitatut ja sovitetulla mallilla lasketut häviökertoimet on esitetty taajuuden funktiona kuvassa 20. Sovituksessa Fosterin kytkennän induktanssien summaksi $L_{L1} + \dots + L_{LN}$ pakotettiin perusaaltoa vastaava hajainduktanssi L_L . Sovituksessa käytettiin kolmeasteista Fosterin kytkentää, koska asteluvun kasvattaminen kolmea suuremmaksi ei enää merkittävästi parantanut sovitusta. Huomattavaa on, että mitatut häviökertoimet ovat samaa suuruusluokkaa ja käyttäytyvät samaan tapaan kuin kuvassa 9 esitetyt Bradleyyn ym. (2008) saman tehoiselle moottorille verifioidulla menetelmällä mitaamat häviökertoimet.



Kuva 20: Mitatut (ympyrät) ja sovitetulla mallilla lasketut (käyrä) häviökertoimet taajuuden funktiona.

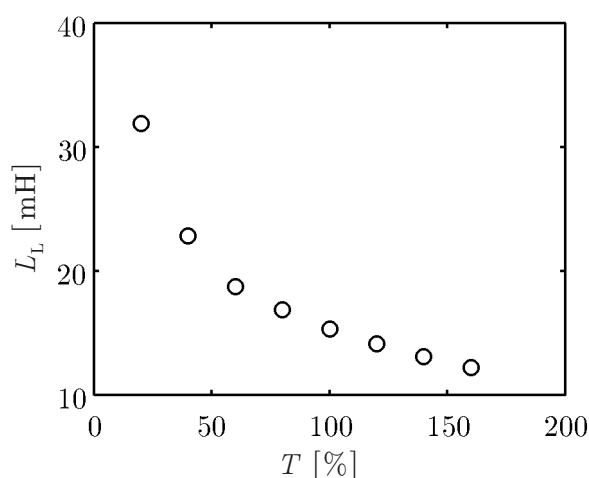
Induktanssin L_c sovittamiseen ei ole yksiselitteistä menetelmää. Induktanssin tulee olla riittävän suuri, jotta yliaaltojen synnyttämät häviöt voidaan kuvata oikein, mutta toisaalta riittävän pieni, jotta perusaallon synnyttämät rautahäviöt voidaan kuvata oikein. Tässä työssä induktanssin arvo valittiin siten, että perusaallon mallissa synnyttämät rautahäviöt vähenevät nimellisellä staattorivuolla ja syöttötaajuudella likimain prosentoin.

Sovituksessa käytettyjen kuormitusmittausten lisäksi laboratoriossa tutkittiin vielä erikseen hajainduktanssin ja häviökertoimen riippuvuutta kuormituksesta. Tutkittavaa moottoria ajettiin likimain nimellisellä staattorivuolla syöttötaajuuden ollessa 40 Hz. Kuormittavan moottorin vääntömomenttia ohjattiin välillä, joka vastaa likimain 20 – 160 % tutkittavan moottorin nimellisestä vääntömomentista.

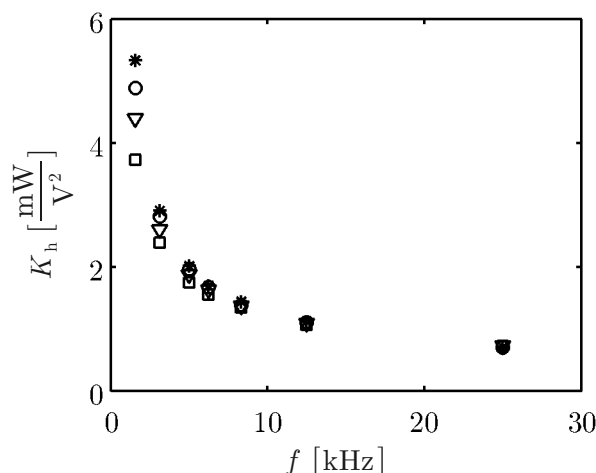
Mitatut hajainduktanssit on esitetty vääntömomentin funktiona kuvassa 21. Vääntömomentin kasvaessa hajainduktanssi laskee aluksi nopeasti ja lopuksi hitaasti. Mahdollinen selitys ilmiölle on roottorin hampaita yhdistävien siltojen kyllästys jo suhteellisen pienellä kuormituksella.

Eri vääntömomenteilla mitatut häviökertoimet on esitetty taajuuden funktiona kuvassa 22. Pienillä taajuuksilla häviökerroin kasvaa selvästi vääntömomentin kasvaessa, mutta noin 10 kHz:ä suuremmilla taajuuksilla vääntömomentilla ei ole enää huomattavaa vaikutusta häviökertoimeen.

Suurilla kuormituksilla vääntömomentin vaikutus sekä hajainduktanssiin että häviökertoimeen on vähäisempi kuin pienillä kuormituksilla, minkä perusteella voidaan todeta häviökertoimen muuttumisen olevan todennäköisesti ainakin osittain seurausta magneettiin kyllästyksestä. Koska kyllästyksen vaikuttaa tässä tapauksessa pääasiassa roottorivirta, voidaan myös todeta, että työssä kehitetty malli toimii parhaiten suurilla roottorivirroilla.



Kuva 21: Mitatut hajainduktanssit vääntömomentin funktiona.



Kuva 22: Mitatut häviökertoimet taajuuden funktiona vääntömomentin ollessa likimain 20 % (neliöt), 60 % (kolmiot), 100 % (ympyrät) ja 140 % (tähdet) nimellisestä.

3.4. Mittaustarkkuudesta

Parametrien identifioinnissa on hyvä tunnistaa mittalaitteiden epätarkkuudesta väistämättä aiheutuva mittausvirhe. On myös huomattava, että ehdotettu malli on todellisuudessa vain approksimaatio, joka ei pysty mallintamaan kaikkia moottorissa tapahtuvia ilmiöitä. Mittaustuloksissa kuitenkin näkyvät kaikkien ilmiöiden vaikutukset, mikä aiheuttaa virhettä mallin parametrien sovituksessa. Sovituksessa rautahäviöresistanssi ja magnetointi-induktanssi kiinnitettiin tyhjäkäyntimittausten perusteella. Pieni virhe kiinnitetyissä parametreissa saattaa johtaa suureen virheeseen roottorivirran ja edelleen hajainduktanssin ja roottori-resistanssin mittauksessa.

Zamora & Garcia-Cerrada (2000) tutkivat mittalaitteiden epätarkkuuden sekä kiinnitettyjen parametrien virheiden vaikutusta oikosulkumoottorin avaruusvektorimallin parametrien mittaukseen. Tutkimuksessa todettiin, että pienillä vääntömomenteilla hajainduktanssin mittaus on erityisen herkkä mittalaitteiden epätarkkuudelle sekä virheelle magnetointi-induktanssissa. Tämä hankaloittaa hajainduktanssin kyllästyksen mallintamista, koska hajainduktanssin tarkkaa arvoa pienillä kuormilla on vaikea mitata. Ehdotetussa mallissa onkin syytä käyttää riittävän suurella kuormituksella mitattua hajainduktanssia.

Magnetointi-induktanssin virheen vaikutusta roottorivirran mittaukseen voidaan tarkastella vielä kuvan 6 vektoridiagrammeilla. Nimellispisteessä pieni virhe magnetointivirran itseisarvossa vääristäisi staattori- ja roottorivirran välistä kulmaa vain vähän. Pienemmällä kuormituksella roottorivirran itseisarvo olisi pienempi ja virheen vaikutus kulmaan olisi suurempi.

4. Simulointi tietokoneella

4.1. Tilaesitys

Jotta oikosulkumoottoria voitaisiin simuloida aikatasossa, on kuvan 11 mallista muodostettava tilaesitys. Tilaesitystä varten on valittava tilamuuttujat, joiden avulla mallin hetkellinen tila voidaan määrittää yksiselitteisesti, ja johdettava tilayhtälöt, joiden avulla mallin tilan muuttuminen voidaan kuvata. Lisäksi on valittava sopivat tulo- ja lähtösuureet, joiden kautta malli kytkeytyy muuhun simulointiympäristöön. Tulosuureiksi valitaan staattorijännite \mathbf{u}_s ja roottorin kulmanopeus ω . Lähtösuureiksi valitaan staattorivirta \mathbf{i}_s ja moottorin tuottama vääntömomentti T . Tulo- ja lähtösuureiden valitseminen näin mahdollistaa modulaarisen simulointiympäristön, jossa moottoria ohjaava sähköinen järjestelmä ja moottorin ohjaama mekaaninen järjestelmä voidaan mallintaa moottorimallista riippumattomina itsenäisinä kokonaisuuksina. Tilamuuttujiksi valitaan vuot $\boldsymbol{\psi}_s$, $\boldsymbol{\psi}_c$ ja $\boldsymbol{\psi}_1, \dots, \boldsymbol{\psi}_N$. Valitsemalla tilamuuttujaksi staattorivuo vältetään epälineaarisen magnetointi-induktanssin derivointi. Kun tunnetaan tilamuuttujat ja tulosuureet, ratkaistaan ensin induktanssien virrat

$$\mathbf{i}_M = \frac{\boldsymbol{\psi}_s}{L_M} \quad (48)$$

$$\mathbf{i}_c = \frac{\boldsymbol{\psi}_s - \boldsymbol{\psi}_c}{L_c} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{L1} &= \frac{\boldsymbol{\psi}_1}{L_{L1}} \\ &\vdots \\ \mathbf{i}_{LN} &= \frac{\boldsymbol{\psi}_N}{L_{LN}} \end{aligned} \quad (50)$$

minkä jälkeen ratkaistaan roottorivirta liitteessä B esitetyllä tavalla

$$\mathbf{i}_R = -\frac{\mathbf{u}_s - j\omega_m \boldsymbol{\psi}_s - R_s(\mathbf{i}_c + \mathbf{i}_M) - R_1 \mathbf{i}_{L1} - \dots - R_N \mathbf{i}_{LN}}{R_s + R_R + R_1 + \dots + R_N} \quad (51)$$

ja edelleen mallin muut virrat

$$\mathbf{i}_s = \mathbf{i}_c + \mathbf{i}_M - \mathbf{i}_R \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_1 &= \mathbf{i}_{L1} - \mathbf{i}_R \\ &\vdots \\ \mathbf{i}_N &= \mathbf{i}_{LN} - \mathbf{i}_R \end{aligned} \quad (53)$$

Mallin dynamiikka kuvataan tilayhtälöillä

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_s}{dt} = \mathbf{u}_s - R_s \mathbf{i}_s \quad (54)$$

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_c}{dt} = R_c \mathbf{i}_c \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\boldsymbol{\psi}_1}{dt} &= -R_1(\mathbf{i}_{L1} - \mathbf{i}_R) + j\omega_m \boldsymbol{\psi}_1 \\ &\quad \vdots \\ \frac{d\boldsymbol{\psi}_N}{dt} &= -R_N(\mathbf{i}_{LN} - \mathbf{i}_R) + j\omega_m \boldsymbol{\psi}_N \end{aligned} \quad (56)$$

4.2. Diskretointi

Tietokoneella simuloitaessa aika-akseli ei ole jatkuva vaan simulointi etenee aikatasossa lyhyitä aika-askelia ottamalla. Tilaesityksen lähtösuureet lasketaan tulosuureiden ja tilamuuttujien arvoista perättäisinä diskreetteinä ajanhetkinä. Tilamuuttujien arvot päivitetään tilayhtälöitä numeerisesti integroimalla. Tietokoneella ei myöskään yleensä voida suoraan käsitellä avaruusvektoreita vaan niiden reaali- ja imaginääriosat täytyy käsitellä erikseen. Kun merkitään reaali-osaa alaindeksillä d ja imaginääriosaa alaindeksillä q , voidaan tilayhtälöt esittää yleisesti muodossa

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_d}{dt} &= u_d - R i_d - \omega \psi_q \\ \frac{d\psi_q}{dt} &= u_q - R i_q + \omega \psi_d \end{aligned} \quad (57)$$

missä u , i , ψ , ω ja R ovat tarkasteltavan tilayhtälön jännite, virta, vuo, kulmanopeus ja resistanssi (kaikkia suureita ei luonnollisesti tarvita kaikissa tilayhtälöissä).

Tilayhtälöiden numeeriseen integrointiin on olemassa vaihtoehtoisia menetelmiä, jotka eroavat toisistaan muun muassa laskenta-ajassa, tarkkuudessa ja stabiiliudessa. Tavoitteena on laskea approksimaatio vuon tulevalle arvolle aika-askeleen Δt kuluttua, kun nykyinen arvo tunnetaan. Yksinkertainen integrointimenetelmä on eksplisiittinen Eulerin menetelmä (Jokinen ym. 1998), joka voidaan esittää muodossa

$$\begin{aligned} \psi_{d1} &= \psi_{d0} + \Delta t (u_{d0} - R i_{d0} - \omega_0 \psi_{q0}) \\ \psi_{q1} &= \psi_{q0} + \Delta t (u_{q0} - R i_{q0} + \omega_0 \psi_{d0}) \end{aligned} \quad (58)$$

missä nykyisiä arvoja on merkitty alaindeksillä 0 ja tulevia alaindeksillä 1. Menetelmän virhe on verrannollinen aika-askeleen neliöön. Menetelmällä voi esiintyä stabiiliusongelmia, jos aika-askel on liian pitkä. Taajuusmuuttajakäyttöä simuloitaessa aika-askel on kuitenkin tyypillisesti riittävän lyhyt, jotta vaihtosuuntaajan nopeat kytkennät voidaan mallintaa tarkasti, eikä stabiilius useinkaan muodostu ongelmaksi (Niiranen 1999). Tarkempi ja yleisemmin käytetty integrointimenetelmä on puolisuunnikasmenetelmä (Jokinen ym. 1998), joka voidaan esittää muodossa

$$\begin{aligned}\psi_{d1} &= \psi_{d0} + \frac{\Delta t}{2}(u_{d0} - Ri_{d0} - \omega_0 \psi_{q0} + u_{d1} - Ri_{d1} - \omega_1 \psi_{q1}) \\ \psi_{q1} &= \psi_{q0} + \frac{\Delta t}{2}(u_{q0} - Ri_{q0} + \omega_0 \psi_{d0} + u_{q1} - Ri_{q1} + \omega_1 \psi_{d1})\end{aligned}\tag{59}$$

Menetelmän virhe on verrannollinen aika-askeleen kuutioon. Menetelmä on epästabiili ainoastaan kun simuloitava malli on epästabiili. On kuitenkin huomattava, että vuon tuleva arvo esiintyy yhtälöiden (59) molemmilla puolilla, eikä yhtälöitä siten voida suoraan käyttää. Sama ongelma esiintyy kaikilla implisiittisillä integrointimenetelmillä. Käytännössä mahdollinen tapa toteuttaa puolisuunnikasmenetelmä on laskea ensimmäinen approksimaatio vuon tulevalle arvolle käyttämällä yhtälöitä (58) ja lopullinen approksimaatio iteroimalla yhtälöitä (59), kunnes vuon tuleva arvo on likimain sama yhtälöiden molemmilla puolilla. Menetelmä vaatii näin toteutettuna paljon enemmän laskenta-aikaa kuin eksplisiittinen Eulerin menetelmä. Erityisesti taajuusmuuttajakäyttöjen simulointiin soveltuva integrointimenetelmä on symplektinen Eulerin menetelmä (Niiranen 1999), joka voidaan esittää muodossa

$$\begin{aligned}\psi_{d1} &= \psi_{d0} + \Delta t(u_{d0} - Ri_{d0} - \omega_0 \psi_{q0}) \\ \psi_{q1} &= \psi_{q0} + \Delta t(u_{q0} - Ri_{q0} + \omega_0 \psi_{d1})\end{aligned}\tag{60}$$

tai vaihtoehtoisesti muodossa

$$\begin{aligned}\psi_{q1} &= \psi_{q0} + \Delta t(u_{q0} - Ri_{q0} + \omega_0 \psi_{d0}) \\ \psi_{d1} &= \psi_{d0} + \Delta t(u_{d0} - Ri_{d0} - \omega_0 \psi_{q1})\end{aligned}\tag{61}$$

Menetelmän ideana on käyttää juuri laskettua vuon reaaliosan tulevaa arvoa imaginääriosan tulevaa arvoa laskettaessa tai päinvastoin. Menetelmä on käytännössä yksinkertaisempi toteuttaa tietokoneella kuin eksplisiittinen Eulerin menetelmä, koska vuon nykyisestä arvosta ei tarvitse tehdä väliaikaista kopiota muistiin vaan vuon tuleva arvo voidaan sijoittaa suoraan nykyisen paikalle. Yksinkertaisuudestaan huolimatta menetelmän tarkkuus on parhaimmillaan verrattavissa puolisuunnikasmenetelmän tarkkuuteen. Teoriassa integroinnin tarkkuutta voidaan vielä hieman parantaa käyttämällä vuorotellen menetelmän molempia variantteja (60) ja (61), mikä muistuttaa Störmer-Verlet-menetelmää (Hairer ym. 2003).

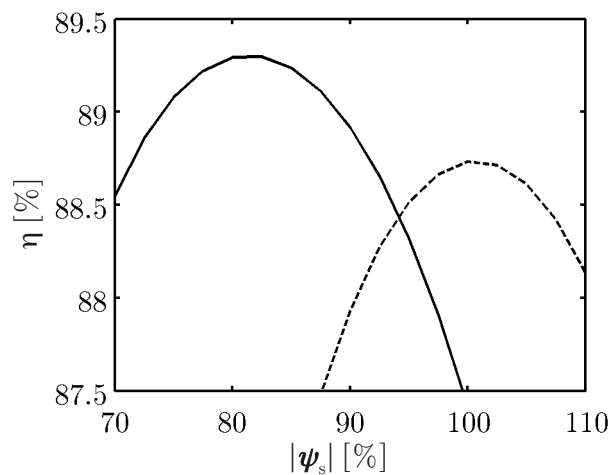
4.3. Testisimuloinnit

Mallin toimivuuden testaamiseksi kehitettiin MATLAB-ohjelmointiympäristöön yksinkertainen sähkökäytön simulointiympäristö. Tavoitteena oli simuloimalla testata mallin soveltumista taajuusmuuttajan vuoreferenssin ja kytkentätaajuuden optimointiin moottorin hyötysuhteen kannalta. Mallin parametreina käytettiin liitteessä A esitettyjä parametreja. Syöttötaajuus oli kaikissa simuloinneissa vakio 40 Hz. Kuormitus mallinnettiin asettamalla roottorin nopeus vastaamaan haluttua akselitehoa. Simulointiympäristössä tehtiin sekunnin mittaisia simulointeja aika-askeleen ollessa vakio 250 nanosekuntia. Pitkällä simulointiajalla varmistettiin muutosilmiöiden vaimeneminen ja moottorin asettuminen pysyvään tilaan. Moottorin keskimääräinen hyötysuhde η laskettiin simuloinnin viimeisten sadan millisekunnin ajalta.

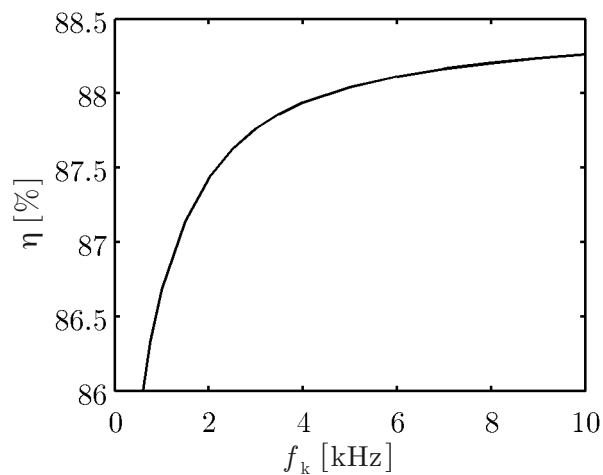
Vuoreferenssin vaikutusta moottorin hyötysuhteeseen tutkittiin akselitehon ollessa likimain $1/3$ ja $2/3$ nimellisestä. Moottoria syötettiin ideaalisella kolmivaihejännitteellä. Jännitteen amplitudia ohjattiin välillä, jota vastaava staattorivuo on likimain 70 – 110 % nimellisestä. Moottorin hyötysuhde eri akselitehoilla on esitetty staattorivuon funktiona kuvassa 23. Staattorivuota laskettaessa staattorin rautahäviöt sekä rautahäviöiden vaatiman virran ja magnetointivirran staattorikämissä synnyttämät virtalämpöhäviöt laskevat. Samalla kuitenkin roottorivirran staattori- ja roottorikämissä synnyttämät virtalämpöhäviöt kasvavat. Teoriassa on siis mahdollista löytää moottorin hyötysuhteen kannalta optimaalinen vuoreferenssi, joka riippuu toimintapisteestä, mikä myös kuvasta 23 nähdään.

KytKentätaajuuden vaikutusta moottorin hyötysuhteeseen tutkittiin akselitehon ollessa likimain $2/3$ nimellisestä ja staattorivuon ollessa likimain nimellinen. Moottoria syötettiin ideaalisella jännitevälipiirillisellä kaksitasoisella vaihtosuuntaajalla, jonka kytkinten ohjaus perustui tahdistamattomaan sinikolmiovertailuun (Mohan ym. 2003). Sinikolmiovertailussa käytetyn kolmioaallon taajuus f_k on samalla vaihtosuuntaajan kytkentätaajuus. Vaihtosuuntaajan välipiirin jännite oli koko simuloinnin ajan 540 V, mikä vastaa ideaalisen 400 V verkkojännitteellä syötetyn kolmivaiheisen diodisillan keskimääräistä lähtöjännitettä. Moottorin hyötysuhde on esitetty kytkentätaajuuden funktiona kuvassa 24. Kytkentätaajuutta kasvatettaessa moottorin hyötysuhde kasvaa aluksi nopeasti ja lopuksi hitaasti lähestyen ideaalisella kolmivaihejännitteellä saatua moottorin hyötysuhdetta.

Todellisessa sähkökäytössä vuoreferenssin ja kytkentätaajuuden valinta vaikuttaa moottorin häviöiden lisäksi myös taajuusmuuttajan ja mahdollisten suodattimien häviöihin. Esimerkiksi vuoreferenssin laskeminen kasvattaa syöttövirtaa ja siten taajuusmuuttajan kytkinten johtohäviöitä. Kytkentätaajuuden kasvattaminen puolestaan kasvattaa kytkentähäviöitä. Käytännössä onkin siten etsittävä koko sähkökäytön kannalta optimaalinen vuoreferenssi ja kytkentätaajuus eri toimintapisteissä.



Kuva 23: Moottorin hyötysuhde staattorivuon funktiona akselitehon ollessa likimain $1/3$ (yhtenäinen viiva) ja $2/3$ (katkonainen viiva) nimellisestä.



Kuva 24: Moottorin hyötysuhde vaihtosuuntaajan kytkentätaajuuden funktiona staattorivuon ollessa likimain nimellinen ja akselitehon ollessa likimain $2/3$ nimellisestä.

5. Yhteenveto ja jatkokehitys

Tämän työn tavoitteena oli kehittää oikosulkumoottorin avaruusvektorimalli, jolla voidaan kuvata moottorin dynamiikka ja laskea moottorin häviöt riittävällä tarkkuudella taajuusmuuttajakäytössä. Kirjallisuuden perusteella selvitettiin häviöiden taustalla olevia ilmiötä ja tunnistettiin tärkeimmät häviöihin vaikuttavat tekijät. Kirjallisuudesta löydettyjen mallien pohjalta muodostettiin uudenlainen malli, jossa häviöiden kannalta oleellimmat ilmiöt on otettu huomioon.

Magneettipiirin kyllästys kuvataan mallissa epälineaarilla magnetointi-induktanssilla, joka on staattorivuon funktio. Perusaallon synnyttämät hystereesi- ja pyörrevirtahäviöt kuvataan magnetointi-induktanssin rinnalle kytketyllä epälineaarilla rautahäviöresistanssilla, joka on staattorivuon ja staattorivuon indusoiman jännitteen funktio. Yliaaltojen synnyttämät häviöt kuvataan roottoripuolelle muodostetulla sarjamuotoisella Fosterin kytkennällä. Jotta yliaallot voitaisiin kuvata oikein, jouduttiin malliin vielä lisäämään ylimääräinen induktanssi rautahäviöresistanssin kanssa sarjaan.

Mallin lisäksi työssä kehitettiin menetelmä, jolla mallin parametrit voidaan identifioida kokeellisesti tavalliselle teollisesti valmistetulle moottorille. Menetelmässä moottoria ajetaan taajuusmuuttajalla ilman kuormaa usealla syöttöjännitteellä ja -taajuudella sekä nimellisellä kuormalla usealla kytkentä-taajuudella. Kaikissa toimintapisteissä mitataan pyörimisnopeus sekä jännitteen ja virran käyrämuodot. Jännitteen ja virran perusaalto ja yliaallot saadaan käyrämuodoista FFT-algoritmien (Fast Fourier Transform) avulla. Lisäksi mitataan staattorikäänin resistanssi.

Mallin parametrit sovitettiin 7,5 kW:n moottorilla eri toimintapisteissä saatuihin mittaustuloksiin. Sovitus onnistui pääsääntöisesti hyvin kaikissa toimintapisteissä. Ainoastaan rautahäviömallin sovittaminen samanaikaisesti sekä pienillä että suurilla staattorivoilla mitattuihin rautahäviöihin osoittautui jossain määrin ongelmalliseksi. Ongelman taustalla arveltiin kirjallisuuden perusteella olevan staattorivuon siirtyminen kulkemaan moottorin rungossa staattorin kyllästyessä. Rungossa syntyy tällöin paljon pyörrevirtahäviöitä, mitä rautahäviömalli ei pysty kuvaamaan.

Mallista muodostettiin tilaesitys ja mallin toimivuus testattiin simuloimalla. Tehtyjen simulointien perusteella mallia voitaisiin soveltaa taajuusmuuttajan vuoreferenssin ja kytkentätaajuuden optimoinnissa, mikä oli mallille asetettu konkreettinen tavoite.

Lisäksi työssä todettiin mittausten perusteella hajainduktanssin ja yliaaltojen synnyttämien häviöiden riippuvan vääntömomentista samaan tapaan kuin kirjallisuudessa on esitetty. Riippuvuus on erityisen merkittävää suhteellisen pienillä kuormituksilla. Tällaista käyttäytymistä ei työssä kehitetyllä mallilla

kuitenkaan voida kuvata.

Työlle asetetut tavoitteet saavutettiin onnistuneesti. Mallia voisi kuitenkin vielä kehittää. Erityisesti kuormituksen vaikutuksen hajainduktanssiin ja yliaaltojen synnyttämiin häviöihin voisi yrittää jotenkin lisätä malliin. Myös staattorivuon ja hajavuon välisen keskinäiskyllästyksen vaikutusta moottorin häviöihin olisi hyvä vielä tutkia. Lisäksi rautahäviömallia voisi kehittää toimimaan sekä pienillä että suurilla staattorivoilla. Mallin toimivuus kannattaisi vielä verifioida esimerkiksi kalorimetrisillä mittauksilla.

Myös mallin parametrien identifiointia voisi kehittää. Vaihesuureiden sijaan kannattaisi mitata suoraan vastaavat avaruusvektorit. Kaikki mittaukset olisi hyvä suorittaa lämpimällä moottorilla. Staattorin rautahäviöt ja magnetointi-induktanssi voitaisiin mitata tarkemmin ajamalla moottoria todellisessa tyhjäkäynnissä (ilman mekaanisten häviöiden aiheuttamaa kuormaa), missä moottorin akselia pyöritetään tahtinopeudella toisella moottorilla. Moottorin mekaaniset häviöt määritettiin tyhjäkäyntihäviökuvaajasta ekstrapoloimalla, mikä on työlästä ja epäluotettavaa. Mekaanisten häviöiden määrittämiseen kannattaisi kokeilla kirjallisuudessa ehdotettuja luotettavampia menetelmiä. Häviökertoimen tarkempaa mittaamista varten voitaisiin kehittää laitteisto, jolla moottorin syöttöjännitteeseen voidaan muodostaa voimakas yliaalto halutulle taajuudelle ja yliaallon synnyttämät häviöt voidaan mitata luotettavasti. Rautahäviöresistanssin kanssa sarjaan kytketyn induktanssin identifiointiin olisi hyvä kehittää mittauksiin perustuva menetelmä. Mallin sovittamista kannattaisi kokeilla todellisen moottorin lisäksi myös vastaavalla elementtimallilla saataviin mittaustuloksiin.

Viitteet

- Aarniovuori, L., Laurila, L., Niemelä, M. & Pyrhönen, J. 2009. Comparison of induction motor FEM simulations fed by measured and reconstructed DTC inverter voltages. European Conference on Power Electronics and Applications. 8-10.9.2009.
- Babau, R., Boldea, I., Miller, T.J.E. & Muntean, N. 2007. Complete parameter identification of large induction machines from no-load acceleration-deceleration tests. IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 54:4. S. 1962-1972.
- Boglietti, A., Cavagnino, A., Lazzari, M. & Pastorelli, M. 2004. International standards for the induction motor efficiency evaluation: a critical analysis of the stray-load loss determination. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 40:5. S. 1294-1301.
- Bradley, K., Wenping, C., Clare, J. & Wheeler, P. 2008. Predicting inverter-induced harmonic loss by improved harmonic injection. IEEE Transactions on Power Electronics. Vol. 23:5. S. 2619-2624.
- de Buck, F.G.G., Giustelinck, P. & de Backer, D. 1984. A simple but reliable loss model for inverter-supplied induction motors. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. IA-20:1. S. 190-202.
- de Leon, F. & Semlyen, A. 1993. Time domain modeling of eddy current effects for transformer transients. IEEE Transactions on Power Delivery. Vol. 8:1. S. 271-280.
- Hairer, E., Lubich, C. & Wanner, G. 2003. Geometric numerical integration illustrated by the Störmer-Verlet method. Acta Numerica. Vol 12. S. 399-450.
- Honsinger, V.B. 1980. Induction motors operating from inverters. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting. 28.9-3.10.1980. Vol. 2. S. 1276-1285.
- IEC 60034-2-1. 2007. Rotating electrical machines. Part 2-1: Standard methods for determining losses and efficiency from tests (excluding machines for traction vehicles). 1st ed. 154 s.
- Jokinen, H., Virtanen, J., Aaltonen, S., Costa, L., Roos, J., Starck, V. & Valtonen, M. 1998. Piirisuunnittelun numeeriset menetelmät. Helsinki: Otatieto. 155 s.
- Klaes, N.R. 1993. Parameter identification of an induction machine with regard to dependencies on saturation. IEEE Transactions on Industry Applications.

Vol. 29:6. S. 1135-1140.

- Klingshirn, E.A. & Jordan, H.E. 1968. Polyphase Induction Motor Performance and Losses on Nonsinusoidal Voltage Sources. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-87:3. S. 624-631.
- Kovács, P. K. 1984. Transient phenomena in electrical machines. Amsterdam: Elsevier. 391 s.
- Laldin, O., Dlala, E. & Arkkio, A. 2011. Circuit models for predicting core losses in the stator and rotor of a caged induction machine with sinusoidal supplies. IEEE Transactions on Magnetics. Vol. 47:5. S. 1054-1057.
- Luomi, J., Niiranen, J. & Niemenmaa, A. 2009. Sähkömekaniikka ja sähkökäytöt. Kurssin S-17.2020 luentomoniste. Teknillinen korkeakoulu, Sähkötekniikan laitos. Espoo.
- McKinnon, D.J., Seyoum, D. & Grantham, C. 2004. Investigation of parameter characteristics for induction machine analysis and control. International Conference on Power Electronics, Machines and Drives. 31.3-2.4.2004. Vol 1. S. 320-325.
- Melfi, M.J. 2011. Quantifying the Energy Efficiency of Motors on Inverters. IEEE Industry Applications Magazine. Vol. 17:6. S. 37-43.
- Mohan, N., Undeland T. & Robbins, W. 2002. Power electronics: converters, applications, and design. 3th ed. New York: Wiley. 802 s.
- National Instruments 2009. The Fundamentals of FFT-Based Signal Analysis and Measurement in LabVIEW and LabWindows/CVI. Verkkojulkaisu. Viitattu 29.6.2012. Saatavissa: www.ni.com/white-paper/4278/
- Niiranen, J. 1999. Fast and accurate symmetric Euler algorithm for electromechanical simulations. International Conference Electrimacs. 14-16.9.1999. Vol. 1. S. 71-78.
- Niemenmaa, A. 1989. Rautahäviöiden synty epätahtikoneessa. Lisensiaattityö. Teknillinen korkeakoulu, sähkötekniikan osasto. Espoo. 58 s.
- Novotny, D.W., Nasar, S.A., Jeftenic, B. & Maly, D. 1990. Frequency dependence of time harmonic losses in induction machines. International Conference on Electrical Machines. 13-15.10.1990. Vol. 1. S. 233-238.
- Pippuri, J. & Arkkio, A. 2008. Challenges in the segregation of losses in cage induction machines. International Conference on Electrical Machines. 6-9.9.2008. S. 1-5.

- Pyrhönen, J. 2011. Kurssin BL30A0400 Design of an Electrical Machine luentomoniste. Lappeenrannan teknillinen yliopisto. Lappeenranta.
- Ranta, M., Hinkkanen, M., Dlala, E., Repo, A.-K. & Luomi, J. 2009a. Inclusion of hysteresis and eddy current losses in dynamic induction machine models. IEEE International Electric Machines and Drives Conference. 3-6.4.2009. S. 1387-1392.
- Ranta, M., Hinkkanen, M. & Luomi, J. 2009b. Rotor parameter identification of saturated induction machines. IEEE Energy Conversion Congress and Exposition. 20-24.9.2009. S. 1524-1531.
- Slemon, G.R. 1989. Modelling of induction machines for electric drives. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 25:6. S. 1126-1131.
- Sousa, G.C.D., Bose, B.K., Cleland, J., Spiegel, R.J. & Chappell, P.J. 1992. Loss modeling of converter induction machine system for variable speed drive. International Conference on Industrial Electronics, Control, Instrumentation, and Automation. 9-13.11.1992. Vol. 1. S. 114-120.
- Tuovinen, T., Hinkkanen, M. & Luomi, J. 2010. Modeling of saturation due to main and leakage flux interaction in induction machines. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 46:3. S. 937-945.
- Undeland, T.M. & Mohan, N. 1988. Overmodulation and loss considerations in high-frequency modulated transistorized induction motor drives. IEEE Transactions on Power Electronics. Vol. 3:4. S. 447-452.
- VTT. 2009. Energy visions 2050. Helsinki: Edita. 380 s.
- Zamora, J.L. & Garcia-Cerrada, A. 2000. Online estimation of the stator parameters in an induction motor using only voltage and current measurements. IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 36:3. S. 805-816.

Liite A: Identifioidut parametrit

Ehdotetun mallin 7,5 kW:n moottorille identifioidut parametrit SI-järjestelmän mukaisissa yksiköissä.

Parametri	Lukuarvo
R_s	$6,8138 \cdot 10^{-1}$
R_R	$4,0293 \cdot 10^{-1}$
L_{Mu}	$1,5857 \cdot 10^{-1}$
a	$1,1422 \cdot 10^{-1}$
b	8,5529
R_1	$3,0510 \cdot 10^3$
R_2	$1,9896 \cdot 10^2$
R_3	$4,4665 \cdot 10^1$
L_1	$5,5326 \cdot 10^{-3}$
L_2	$3,5136 \cdot 10^{-3}$
L_3	$7,5447 \cdot 10^{-3}$
L_c	$2,2000 \cdot 10^{-1}$
k_h	$1,6236 \cdot 10^{-1}$
n_h	6,7705
k_e	$8,4009 \cdot 10^{-4}$
k_f	$8,9277 \cdot 10^{-3}$
n_f	1,8391

Liite B: Roottorivirran ratkaiseminen

Staattorijännitteelle voidaan kirjoittaa kuvan 11 perusteella yhtälö

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + R_1 \mathbf{i}_1 - j\omega_m \boldsymbol{\psi}_1 + \dots + R_N \mathbf{i}_N - j\omega_m \boldsymbol{\psi}_N - R_R \mathbf{i}_R + j\omega_m \boldsymbol{\psi}_R$$

Roottorivuo voidaan esittää muiden voiden avulla

$$\boldsymbol{\psi}_R = \boldsymbol{\psi}_s + \boldsymbol{\psi}_1 + \dots + \boldsymbol{\psi}_N$$

joten staattorijännitteen yhtälö sievenee muotoon

$$\mathbf{u}_s = R_s \mathbf{i}_s + R_1 \mathbf{i}_1 + \dots + R_N \mathbf{i}_N - R_R \mathbf{i}_R + j\omega_m \boldsymbol{\psi}_s$$

Kun yhtälön kaikki virrat kirjoitetaan vielä roottorivirran ja induktanssien virtojen avulla

$$\mathbf{u}_s = R_s (\mathbf{i}_c + \mathbf{i}_M - \mathbf{i}_R) + R_1 (\mathbf{i}_{L1} - \mathbf{i}_R) + \dots + R_N (\mathbf{i}_{LN} - \mathbf{i}_R) - R_R \mathbf{i}_R + j\omega_m \boldsymbol{\psi}_s$$

voidaan yhtälöstä ratkaista roottorivirta

$$\mathbf{i}_R = - \frac{\mathbf{u}_s - j\omega_m \boldsymbol{\psi}_s - R_s (\mathbf{i}_c + \mathbf{i}_M) - R_1 \mathbf{i}_{L1} - \dots - R_N \mathbf{i}_{LN}}{R_s + R_R + R_1 + \dots + R_N}$$