

MUISTIO No  
1997

CFD/TERMO-8-96

pvm 15 tammikuuta,

## OTSIKKO

IFRF polttokammion laskenta  $k - \epsilon$  turbulenssimallilla, case 11

LAATIJA(T)  
Juha Ojala

## TIIVISTELMÄ

Tämän laskennan tarkoituksena on tutkia FINFLO:n  $k - \epsilon$  turbulenssimallin soveltuvuutta voimakkaasti pyörivän ilman virtauksen laskentaan polttokammiossa. Vertailuarvoina on voitu käyttää mittaustuloksia sekä muilla tietokoneohjelmilla saatuja ratkaisuja. Voimakkaasti pyörivä virtaus asettaa suuret vaatimukset numeeriselle laskennalle, koska virtauskentässä esiintyy suuria nopeusgradientteja. Tällöin turbulenssin mallinnuksella on ratkaiseva merkitys lopputuloksiin.

## PÄÄKOHDAT

Nopeusjakaumat viidessä leikkauksessa, takaisinvirtausalue (Internal Recirculation Zone, IRZ)

SIVUJA  
8

AVAINSANAT  
FINFLO, IFRF,  $k - \epsilon$  turbulenssimalli

## TARKASTANUT

Timo Siikonen                      Huhtikuu 19, 1996

## 1 Johdanto

Tässä laskentatapauksessa on keskitytty voimakkaasti pyörivän isotermisen virtauksen aiheuttamaan takaisinvirtausalueeseen (IRZ), joka syntyy polttokammion laajenevaan virtauskanavaan. Polttokammion geometria ja reunaehdot on saatu IFRF:n tutkimusraportista ”Mathematical modelling of a highly confined swirling flow” [1]. Geometria on esitetty kuvassa 1.

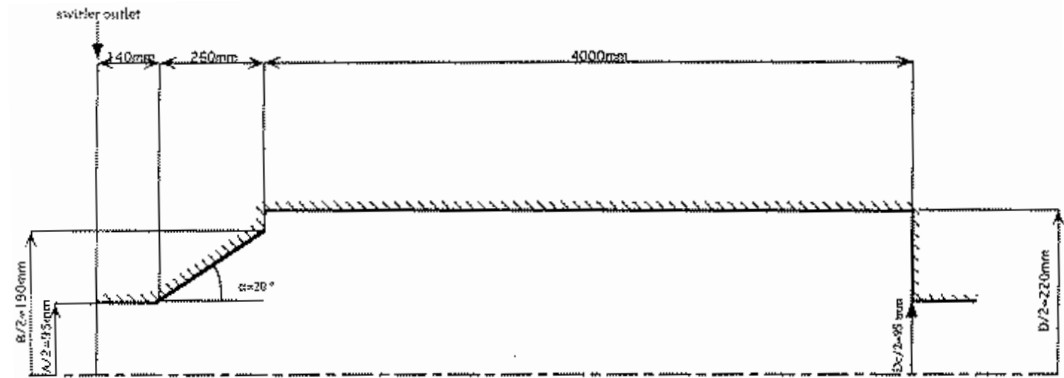


Fig. 1: polttokammion geometria

Virtaustapaus on ratkaistu Teknillisessä Korkeakoulussa kehitetyllä FINFLO virtausratkaisijalla. Vertailuarvoja FINFLO:n laskentatuloksien arvioimiseksi on saatu yllämainitusta IFRF:n raportista [1] sekä VTT:n suorittamista laskelmista Fluent 4.32 virtausratkaisijalla [2].

## 2 Laskentamenetelmä

### 2.1 Laskennan perusteet

FINFLO-koodi perustuu alla esitettyjen Navier-Stokesin yhtälöiden (1) numeeriseen ratkaisuun.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial x} + \frac{\partial(G - G_v)}{\partial y} + \frac{\partial(H - H_v)}{\partial z} = Q \quad (1)$$

missä  $U$  on riippumattomien muuttujien muodostama vektori,  $F, G, H$  ja  $F_v, G_v, H_v$  ovat vuovektoreiden kitkattomat ja kitkalliset osat.  $Q$  on mahdollinen lähdetermi (kts. kappale 2.2 Turbulenssimalli). Kontrollitilavuus muodossa esitettynä Navier-Stokesin yhtälöt saavat seuraavan muodon:

$$V_i \frac{dU_i}{dt} = \sum_{\text{seinät}} -S(\hat{F} - \hat{F}_v) + V_i Q_i \quad (2)$$

missä  $V_i$  on laskentakopin tilavuus. Summa lasketaan laskentakopin kaikkien seinien yli.

Laskenta etenee siten, että ensin määritetään eksplisiittisesti reunaehdot. Seuraavaksi lasketaan kitkattomat ( $\hat{F}$ ) ja kitkalliset ( $\hat{F}_v$ ) vuotermit ja suoritetaan summaus yli laskentakopin seinien. Koska tämä virtaustapaus on käytännöllisesti katsoen kokoonpuristumaton, käytetään näennäiseen kokoonpuristuvuuteen perustuvaa painepohjaista ratkaisua tiheyden intergroinnin asemesta (parametri IFLX saa arvon 'INCO' FINFLO:n ohjaustiedostossa INPUT). Ratkaisumenetelmässä tiheys voi olla vakio, tässä kuitenkin tiheys lasketaan. Erot lasketun ja reunaehtona annetun tiheyden välillä näkyvät kolmannessa desimaalissa. Vaikka ratkaisu on painepohjainen, se perustuu yhtälön (1) aikaintegrointiin. Täten saamme

yhtälön (2) vasemman puolen eksplisiittisen residuaalin  $\Delta U_i = [\Delta p, \Delta u, \Delta v, \Delta w, \Delta e]^T$ . Tämän jälkeen ratkaisua haetaan implisiittisesti jokaisessa lohossa erikseen käyttämällä LU-hajotelmaan perustuvaa menetelmää. Tässä käytetään apuna monihilatasoja laskennan nopeuttamiseksi. Lohkojen väliset reunaehdot ja lopullinen ratkaisu esitetään aina kuitenkin tarkimmalla hilatasolla.

## 2.2 Turbulenssimalli

Laskennassa on käytetty Chienin  $k - \epsilon$  turbulenssimallia (FINFLO:n turbulenssimalli numero 3). Reynoldsin jännitykset on laskettu Boussinesq'n approksimaatiolla

$$-\overline{\rho u_i'' u_j''} = \mu_T \left[ \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \delta_{ij} \right] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

Tästä kaavasta määritetyt heilahtelunopeudet eivät ole isotrooppisia, eli heilahtelunopeudet ovat erisuuruisia eri suunnissa. IFRF:n tutkimusraportin heilahtelunopeudet ovat isotrooppisia, ja ne on laskettu ehdosta

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i'' u_i''} = \frac{1}{2} (\overline{u'' u''} + \overline{v'' v''} + \overline{w'' w''}) \quad (4)$$

Olettamalla heilahtelunopeudet yhtäsuuriksi, saadaan

$$\overline{u''} = \overline{v''} = \overline{w''} = \sqrt{\frac{2}{3} k} \quad (5)$$

Käytetyssä Chienin  $k - \epsilon$  turbulenssimallissa Navier-Stokesin yhtälöissä esiintyvä lähde-termi  $Q$  on määritelty seuraavasti:

$$Q = \begin{pmatrix} P - \rho \epsilon - 2\mu \frac{k}{y_n^2} \\ c_1 \frac{\epsilon}{k} P - c_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} - 2\mu \frac{\epsilon}{y_n^2} e^{-y^+/2} \end{pmatrix} \quad (6)$$

missä  $y_n$  on kohtisuora etäisyys seinästä, ja  $y^+$  on

$$y^+ = y_n \frac{\rho u_\tau}{\mu} = y_n \frac{\sqrt{\rho \tau_w}}{\mu} = y_n \left[ \frac{\rho |\nabla \times \vec{V}|}{\mu} \right]_w^{1/2} \quad (7)$$

Turbulenssin kineettisen energian tuotto  $P$  lasketaan käyttämällä hyväksi Boussinesq'n approksimaatiota:

$$P = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \left[ \mu_T \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

$k - \epsilon$  turbulenssimallissa turbulenti viskositeetti lasketaan yhtälöstä

$$\mu_T = c_\mu \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad (9)$$

$k$ :n ja  $\epsilon$ :n yhtälöt sisältävät empirisiä kertoimia, joiden laskentaan on käytetty alla olevia kaavoja:

$$\begin{aligned} c_1 &= 1.44 & \sigma_k &= 1.0 \\ c_2 &= 1.92(1 - 0.22e^{-Re_T^2/36}) & \sigma_\epsilon &= 1.3 \\ c_\mu &= 0.09(1 - e^{-0.0115y^+}) \end{aligned} \quad (10)$$

missä turbulenssin Reynoldsin luku on

$$Re_T = \frac{\rho k^2}{\mu \epsilon} \quad (11)$$

## 2.3 Numeerisia näkökohtia

Laskennassa on käytetty toisen kertaluvun ylävirtapainotteista diskreetointimenetelmää (second-order upwind) ilman vuonrajoitusta. Seinämäkorjaus turbulenssiyhälöissä on aktivoitu  $J$ -suunnassa, eli säteen suunnassa. Laskentaiteraatiota jatkettiin, kunnes turbulenssin kineettisen energian  $k$  residuaalit olivat laskeneet ja tasoittuneet  $10^{-7}$  tasolle. Kuvassa 2 on esitetty eräitä tarkimman hilatason ratkaisun konvergenssihistorioita. Kineettisen energian määrästä voidaan päätellä ratkaisun olevan värähtelevää ja värähtelyn hitaasti vaimenevaa. Värähtelyllä ei todennäköisesti ole vaikutusta esitettyihin tuloksiin. Myös turbulentin kineettisen energian taso on lähes vakiintunut.

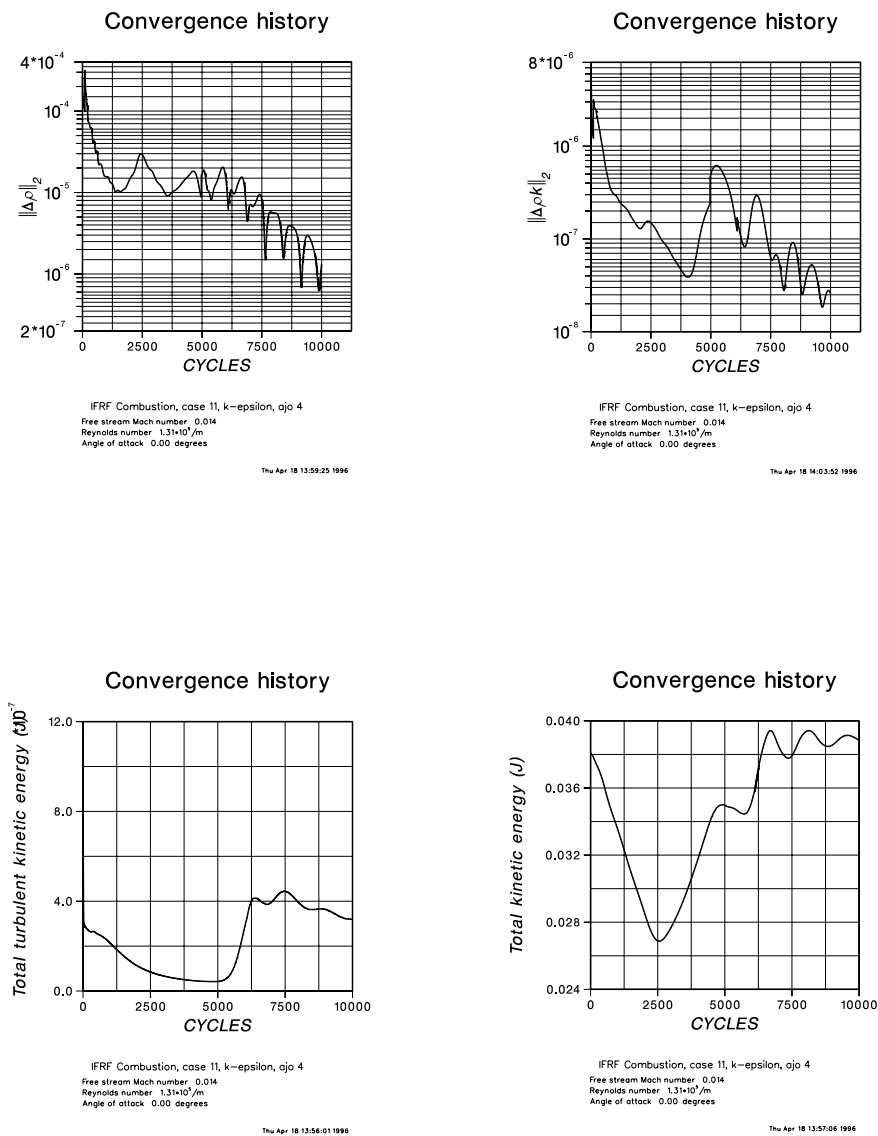


Fig. 2: Tärkeimmät konvergenssihistoriat tasolla 1

### 3 Laskentahila

Laskentahila on 3-uloitteinen 1 lohkoinen, kooltaan  $192 \times 80 \times 16$  koppia.  $I$ -koordinaatti kasvaa alavirran suuntaan,  $J$ -koordinaatti kasvaa säteen suuntaan ja  $K$ -koordinaatti poikkipinnan tangentin suuntaan.  $K$ -suunnassa tarvitaan useita laskentakoppeja sen takia, että tässä suunnassa laskentahila rajoittuu syklisiin seiniin (reunaehto CYC). Tällaisessa reunaehdossa varsinaisen laskentahilan ulkopuolelle luodaan kaksi kopperiviä haamukoppeja, jotka saavat arvonsa varsinaisen laskentahilan sisältä sen vastakkaiselta laidalta. Tämä on siis ohjelman toiminnallinen ominaisuus. FINFLOa on ajettu kokeilumielessä myöskin yhden kopperivin hilalla, mutta tällöin reunaehdot eivät tule enää fysikaalisesti järkevästi sylinterisymmetrisessä tapauksessa. Laskenta saattaa siitä huolimatta käyttäytyä hallitusti. Lisäksi  $K$ -suunnassa tarvitaan useita koppeja, jotta laskennassa voitaisiin käyttää monihilatasoja. Kakkostason hilan dimensiot saadaan jakamalla ykköstason hilan dimensiot kahdella jne. Monihilatasoja voi olla enintään viisi. Hilan  $JK$ -taso on ympyräsektori, jonka sektorikulma on  $22,5$  astetta. Origo sijaitsee sisäänvirtausreunan kohdalla pyörähdysakselilla. Seinämää lähinnä olevan kopin korkeus on  $10^{-5} m$ , eli kopin korkeus on likipitään  $y^+ = 2$ . Kuvassa 3 on esitetty takaisinvirtausalueen kannalta merkittävä osa hilasta.

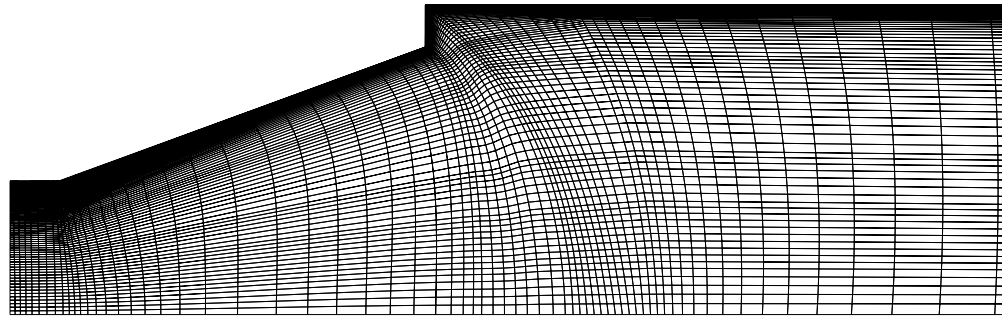


Fig. 3: Osa laskentahilasta

## 4 Laskenta

### 4.1 Reunaehdot

Laskettu virtaustapaus on nimeltään ”case11” [1]. Laskenta on aloitettu leikkauksesta, joka sijaitsee  $0,105 m$  polttokammion alkupäästä. Tällöin laskentahilan ulkoinen geometria on samanlainen kuin IFRF:n raportissa [1] ja VTT:n laskelmissa [2]. Ilman lämpötila on sisäänmenossa  $300 K$  ja tiheys  $1,17089 kg/m^3$ . Keskimääräinen aksiaalinopeus on  $4,627 m/s$  ja tangentiaalinopeus  $4,750 m/s$ . Virtaus on siis voimakkaasti pyörivä. Yksityiskohtaisemmat tiedot sisäänmenon reunaehdoista on esitetty IFRF:n raportissa [1]. Ulosmenon reunaehdoilla ei ole merkitystä kuin ensimmäisellä laskentakierroksella, jonka jälkeen kaikki muut suureet paitsi paine ekstrapoloidaan reunalle. Alkuehdot ulosmenossa on määritetty seuraavasti: Aksiaalinopeus on vakio  $4,627 m/s$  noin 95% säteestä. Lähellä seinämää nopeus pienenee jyrkästi nolnaan. Tangentiaalinopeus on nolla. Ilman tiheys ulosmenossa on sama kuin sisäänmenossa. Turbulenssin kineettiselle energialle  $k$  ja dissipaatiolle  $\epsilon$  on käytetty samaa jakaumaa kuin sisäänmenossa. Alkuehto laskenta-alueessa on määritetty niin, että  $I$ -suunnassa vuon arvo säilyy sisäänmenosta alavirtaan päin kuljettaessa.

## 4.2 Laskennan tulokset

Laskenta aloitettiin tasolta 3, ja se konvergoi melko hitaasti. Supennut tulos saatiin 25000 kierroksen ajon jälkeen. Koska konvergenssi oli hidasta ja tulos oli värähtelevä, laskentaa jatkettiin aina 54000 kierrokseen asti. Tasolla 2 ajettiin 20000 kierrosta ja tasolla 1 10000 kierrosta. Suuri laskentakierrosten määrä johtuu siitä, että iteraatio ei sallinut juuri ykköstä suurempia Courantin lukuja. Hienoimman hilatason ratkaisussa käytettiin kahta monihilatasoa. Myös useamman monihilatason käyttöä kokeiltiin, mutta laskenta muuttui sen seurauksena epästabiiliksi. Laskennan kannalta vaikeimmaksi kohdaksi osoittautui kammion loppupäässä oleva suorakulma, joka supistaa virtauksen ulosmenon määräämään poikkipinta-alaan.

Laskentatuloksia on tarkasteltu viidessä leikkauksessa, jotka sijaitsevat kohdissa  $0,065\text{ m}$ ,  $0,145\text{ m}$ ,  $0,235\text{ m}$ ,  $0,345\text{ m}$  ja  $0,475\text{ m}$ . Laskentakohdat ovat samat kuin IFRF:n raportissa [1] ja kuvassa 4. Reunaehdot on määritetty kuvan 4 leikkauksissa 1 ja vertailut mittaustuloksiin on tehty leikkauksissa 2, 4, 5, 6 ja 7. Laskennan tuloksena saadut nopeusjakaumat

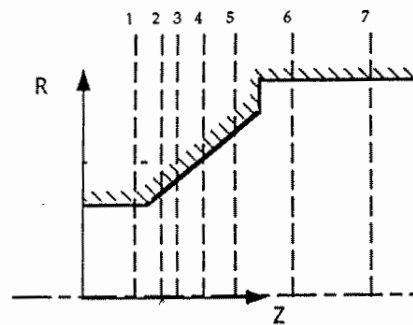
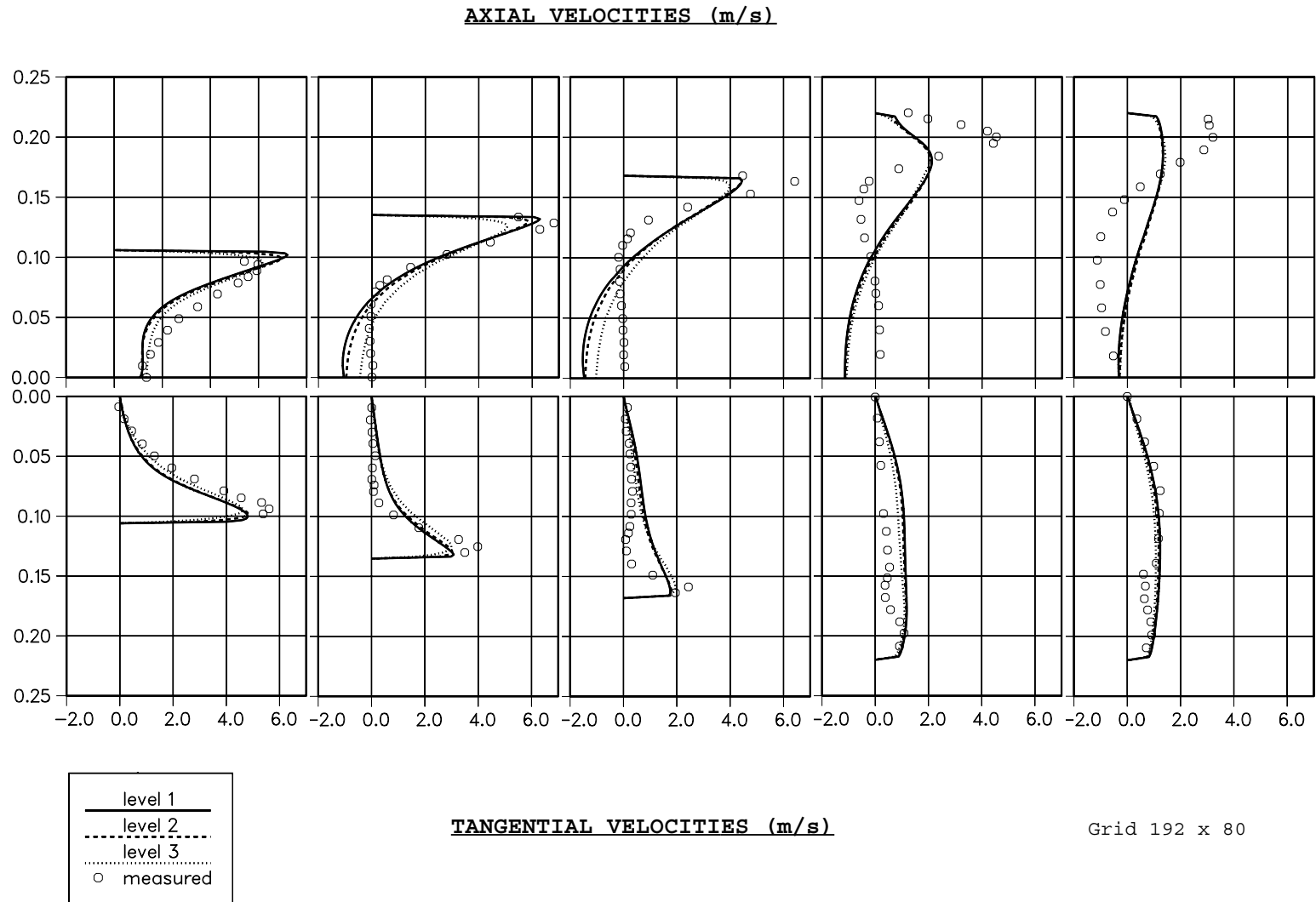


Fig. 4: Tarkasteluleikkauksia (tulokset leikkauksissa 2, 4, 5, 6 ja 7).

eri leikkauksissa ovat hyvin lähellä IFRF:n Fluent-ohjelmalla laskettuja tuloksia. Sen sijaan heilahtelunopeudet ovat erilaiset. Tämä johtuu pääasiassa siitä, että ohjelmat käyttävät erilaista menetelmää heilahtelunopeuksien määrittämiseen. IFRF:n raportissa [1] aksiaaliset ja tangentiaaliset heilahtelunopeusjakaumat ovat samanlaiset toisin kuin FINFLO-laskelmissa. Suurimmat poikkeamat mittaustuloksista saatiin ensimmäisissä leikkauksissa, jotka sijaitsevat aivan sisäänmenon lähellä. Näissä leikkauksissa lasketut heilahtelunopeudet ovat jopa viisi kertaa niin suuria kuin mittaustulokset. Suurin virhe tapahtuu kolmannen leikkauksen ( $x = 0,235\text{ m}$ ) tangentiaalisen heilahtelunopeuden kohdalla pyörähdysakselilla, joka on myös singulariteettiakseli. Tämä leikkaus on likimain takaisinvirtausalueen keskellä. Nopeusjakaumat on esitetty kuvissa 5 ja 6. Kuvissa on esitetty nopeusjakaumat hilatasoilla kolme, kaksi ja yksi sekä heilahtelunopeusjakaumat hilatasoilla kaksi ja yksi. Tason yksi tulos on laskettu tarkimmalla hilalla.

Fig. 5: FINFLO:n laskemat ja mitatut nopeusjakaumat



AXIAL VELOCITY FLUCTUATIONS (m/s)

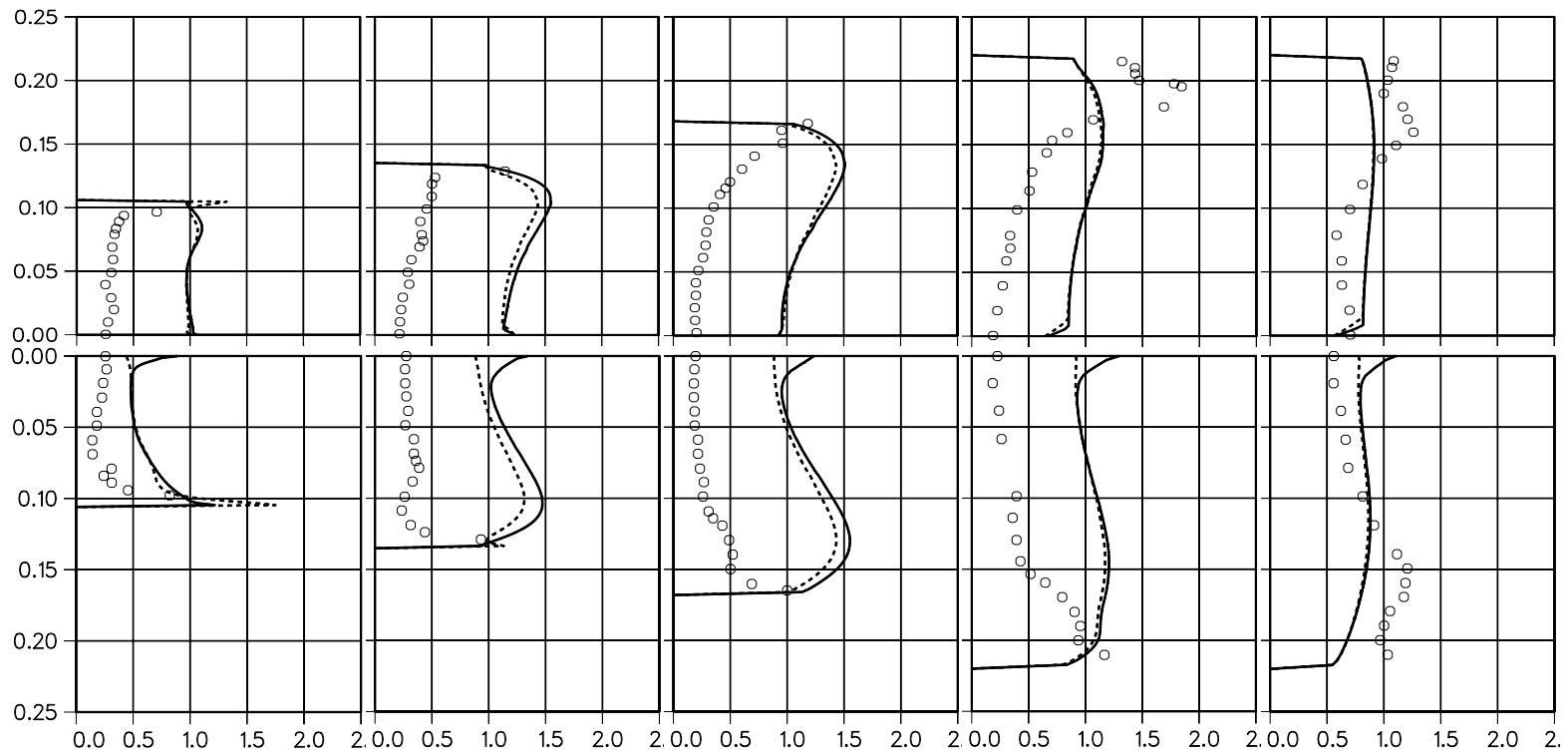
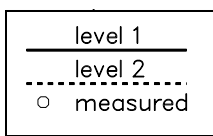


Fig. 6: FINFLO:n laskemat ja mitatut heilahetunopeudet



TANGENTIAL VELOCITY FLUCTUATIONS (m/s)

Grid: 192 x 80



Kuten edellä on mainittu, polttokammion laajenevaan virtauskanavaan syntyy takaisinvirtausalue. Tässä alueessa virtaus kulkee lähellä pyörähdysakselia kohti sisäänmenoa. Tämän voi havaita esimerkiksi kuvan 5 neljänestä aksiaalivirtausta esittävästä jakaumasta. FINFLO:n  $k - \epsilon$  turbulenssimalli antaa lähes koetuloksia vastaavan takaisinvirtausalueen. Myöskin VTT:n Fluent-ohjelmalla ja  $k - \epsilon$  turbulenssimallilla laskema takaisinvirtausalue on lähes samanlainen [2]. Kuvassa 7 on esitetty aksiaalinopeuksien arvot  $[-0,5 \ 0 \ 0,5 \ 1,0 \ 1,5] \text{ m/s}$ . Tästä kuvasta takaisinvirtausalueen muoto käy hyvin selville.

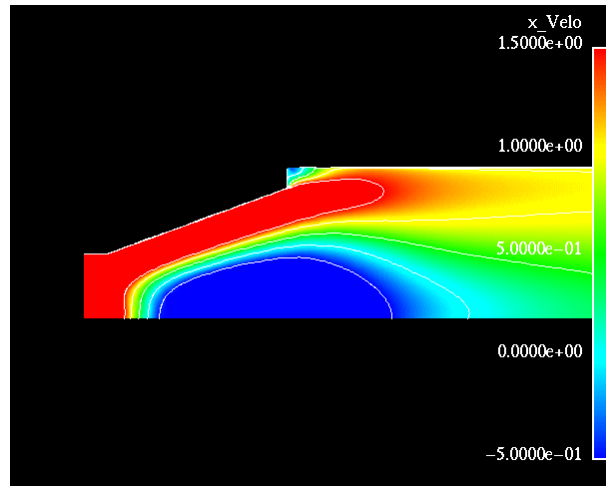


Fig. 7: aksiaalinopeuden tasa-arvokäyrät  $-0,5, 0, 0,5, 1,0$  ja  $1,5 \text{ m/s}$

## Viitteet

- [1] Breussin F., P. A. and R., W., "Mathematical modelling of a highly confined swirling flow," International flame research foundation, Sep 1994.
- [2] Huhtanen R., Henkilökohtainen keskustelu, VTT, maaliskuu 1996.